

**UNIVERZITET CRNE GORE**  
**ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET PODGORICA**

Spec. sci Mihailo Micev

**OPTIMIZACIJA PARAMETARA MODELA I UPRAVLJAČKIH UGLOVA  
PREKIDAČKOG RELUKTANTNOG MOTORA PRIMJENOM  
METAHEURISTIČKIH ALGORITAMA**

- MAGISTARSKI RAD -

Podgorica, 2020. godine

## **PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU**

**Ime i prezime:** Mihailo Micev

**Datum i mjesto rođenja:** 01.11.1995. godine, Podgorica, Crna Gora

**Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina diplomiranja:** Energetika i automatika, 2017.

**Naziv završenog specijalističkog studijskog programa i godina diplomiranja:** Automatika, 2018.

## **INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU**

Elektrotehnički fakultet Podgorica

Postdiplomske magistarske akademske studije

Smjer: Automatika

Naslov rada: Optimizacija parametara modela i upravljačkih uglova prekidačkog reluktantnog motora primjenom metaheurističkih algoritama

## **OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA**

Datum prijave magistarskog rada: 30.05.2019. godine

Datum sjednice Vijeća univerzitetske jedinice na kojoj je prihvaćena tema: 12.09.2019. godine

Komisija za ocjenu teme:

**Prof. dr Vladan Vujičić,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica

**Prof. dr Milovan Radulović,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica

**Prof. dr Vesna Popović-Bugarin,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica

**Doc. dr Martin Čalasan,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica

Mentor:

**Prof. dr Vladan Vujičić,** redovni profesor,  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet, Podgorica

Komisija za ocjenu rada:

**Prof. dr Milovan Radulović,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, predsjednik

**Prof. dr Vladan Vujičić,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, mentor

**Prof. dr Vesna Popović-Bugarin,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, član

**Doc. dr Martin Čalasan,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, član

**Doc. dr Žarko Zečević,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, član

Komisija za odbranu rada:

**Prof. dr Milovan Radulović,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, predsjednik

**Prof. dr Vladan Vujičić,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, mentor

**Prof. dr Vesna Popović-Bugarin,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, član

**Doc. dr Martin Čalasan,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, član

**Doc. dr Žarko Zečević,**  
Univerzitet Crne Gore,  
Elektrotehnički fakultet Podgorica, član

Datum odbrane:

Datum promocije:

## PREDGOVOR

Prekidački reluktantni motor (PRM), prvenstveno zbog svoje robusne konstrukcije i visoke efikasnosti, nalazi sve veću primjenu u raznim električnim pogonima. Međutim, jedan od izraženih nedostataka ove vrste mašine je veoma složeno upravljanje, koje zahtijeva veći broj povranih petlji u regulacionoj konturi. Osim toga, upravljanje ovom mašinom zahtijeva i veći broj senzora (pozicije, struje i momenta), koji predstavljaju najskuplji element regulacione konture. Paralelno sa razvojem energetske elektronike koja ima presudnu ulogu u rješavanju problema napajanja i upravljanja ovom mašinom, PRM postaje predmet interesovanja naučnika. Dodatno, savremene besenzorske metode upravljanja čine ovu mašinu veoma aktuelnom.

Još jedna od odlika PRM-a je izražena nelinearna veza između fluksa, struje i pozicije rotora, koja je posljedica rada mašine u zasićenju. Zbog toga, adekvatno modelovanje ove mašine, koje podrazumijeva uzimanje u obzir efekta zasićenja, predstavlja izuzetno težak zadatak. Brojni naučni radovi posvećeni su tematici modelovanja PRM-a. Rješavanju ovog problema naučnici pristupaju sa različitih aspekata: neki predstavljaju modele koji su zasnovani na upotrebi numeričkih metoda, dok se drugi baziraju na modelovanju korišćenjem eksperimentalno utvrđenih karakteristika, ili čak matematičkom opisu karakteristika koje su prethodno utvrđene eksperimentalnim putem. Jedan od najinteresantnijih, a pokazuje se i najtačnijih pristupa, je kombinovanje analitičkih izraza i iskustvenih relacija. U ovom radu mogu se izdvojiti dvije važne cjeline posvećene rješavanju optimizacionih problema vezanih za PRM. U vezi s tim, u prvoj cjelini ovog rada izvršena je analiza jednog ovakvog matematičkog modela PRM-a i predložen je postupak optimizacije parametara modela u cilju ostvarivanja maksimalne moguće tačnosti. Preciznije, predloženi postupak optimizacije zasniva se na upotrebi metaheurističkih algoritama, koji predstavljaju osnovu savremenih optimizacionih metoda. Osim značajnog broja radova koji prikazuju primjenu ovih algoritama u oblasti električnih mašina, brojni naučnici posvećuju svoja istraživanja stvaranju novih metaheurističkih algoritama, koji svojim performansama prevazilaze dosad predložene algoritme.

Zbog izrazito dobrih performansi, metaheuristički algoritmi su iskorišćeni i u drugoj cjelini ovoga rada. Znajući da izlazne karakteristike PRM-a u velikoj mjeri zavise od upravljačkih parametara, jasno je da je potrebno pažljivo odabrati upravljačke parametre kako bi performanse motora bile što bolje. Konkretno, u drugom dijelu rada predložena je upotreba metaheurističkih algoritama u cilju optimizacije uglova uključenja i isključenja, uz definisanje odgovarajuće kriterijumske funkcije.

Na kraju, može se reći da naučno-istraživačke metode predstavljene u ovom radu predstavljaju polaznu tačku za brojna dalja istraživanja i usavršavanja u ovoj oblasti.

U Podgorici, april 2020.

## REZIME

Predmet istraživanja ovoga rada je analiza mogućnosti primjene metaheurističkih algoritama u cilju optimizacije parametara modela i upravljačkih uglova prekidačkog reluktantnog motora (PRM-a). Najprije je odabran i prezentovan veoma pouzdan model PRM-a, nad kojim je potom demonstrirana primjena u radu predloženih tehnika, uz korišćenje nekih od najpoznatijih metaheurističkih algoritama-*Particle Swarm Optimization* (PSO), *Grey Wolf Optimizer* (GWO) i *Differential Evolution* (DE).

Pomenuti model, koji obezbjeđuje izuzetno dobro poklapanje simulacionih i eksperimentalnih rezultata, definiše se pomoću pet parametara, koji se predloženim postupkom uspješno mogu optimizovati. Za verifikaciju modela korišćene su eksperimentalno dobijene moment-pozicija karakteristike motora, za različite vrijednosti struje. Nakon određivanja optimalnih vrijednosti parametara modela, izvršene su simulacije kako bi se dobile moment-pozicija karakteristike i to za iste vrijednosti struje za koje su dobijene i eksperimentalne karakteristike. Simulacioni rezultati se veoma dobro poklapaju sa rezultatima dobijenim eksperimentalnim putem, čime je ostvaren veliki stepen tačnosti pomenutog modela konkretnog motora.

Nakon utvrđivanja optimalnih parametara modela motora, razmotrena je i problematika optimalnog upravljanja motorom. S obzirom na to da su izlazne karakteristike motora određene vrijednostima upravljačkih uglova, njihovom optimizacijom se mogu postići željene performanse motora. Preciznije, u radu je izvršena optimizacija upravljačkih uglova motora primjenom metaheurističkih algoritama u cilju dobijanja maksimalne izlazne snage, pri tome vodeći računa o zatom ograničenju efektivne vrijednosti struje u faznim namotajima. Takođe, prikazane su grafičke zavisnosti uglova uključanja i isključenja, kao i maksimalne snage na osovini motora u funkciji brzine obrtanja. Demonstrirano je da svi korišćeni metaheuristički algoritmi daju približno iste vrijednosti upravljačkih uglova, čijom primjenom se dobija skoro identična karakteristika snage. Radi poređenja, u radu je prikazan i algoritam detaljne optimizacije, koji podrazumijeva ispitivanje svih kombinacija upravljačkih uglova. Dobijeni rezultati prikazuju da je snaga motora približno ista kao i kada se primjenjuje detaljna optimizacija, ali se predloženom tehnikom na bazi metaheurističkih algoritama značajno ubrzava postupak optimizacije.

**Ključne riječi:** prekidački reluktantni motor, metaheuristički algoritmi, nelinearni model, estimacija parametara, optimizacija upravljačkih uglova.

## ABSTRACT

The subject of the research in this thesis is the analysis of the possibility of applying metaheuristic algorithms in order to optimize parameters of the model and control angles of the switched reluctance motor (SRM). Primarily, one reliable mathematical model of the SRM is chosen and presented. Using the presented model, a new optimization technique based on some of the most popular metaheuristic algorithms, such as *Particle Swarm Optimization* (PSO), *Grey Wolf Optimizer* (GWO) and *Differential Evolution* (DE), is demonstrated.

The mentioned model, that provides very good matching between simulation and experimental results, is defined with five parameters, whose optimal values can be successfully determined using the proposed optimization technique. Experimentally obtained torque-position characteristics of the motor for the different values of the current are used to validate the model. After getting the optimal values of the parameters, simulations are carried out to obtain the torque-position characteristics for the same values of the current used in the experiments. The results obtained with simulations show very good matching with the experimentally obtained ones, thereby showing the great degree of the accuracy of the model.

After determining the optimal values of the parameters of the model, optimal control of the motor is also considered. Regarding that the characteristics of the motor are determined with the values of the control angles, their optimization can lead to the desired performances of the motor. Precisely, in this thesis the metaheuristic algorithms are used for optimization of the control angles in order to achieve maximum power, taking into account the limitation of rms value of the phase current. Also, the graphical dependences of turn-on angle, turn-off angle and maximum available power on rotating speed are given. It is demonstrated that all three algorithms give relatively close values of control angles as results. Therefore, applying any of the considered metaheuristic algorithms provides almost identical power characteristics. In order to carry out the comparison, the detailed optimization algorithm, that examines all possible combinations of control angles, is demonstrated. The obtained results show that the power of the motor is nearly the same compared to the detailed optimization algorithm, but the proposed technique based on the metaheuristic algorithms significantly accelerates the optimization process.

**Keywords:** switched reluctance motor, metaheuristic algorithms, nonlinear model, estimation of the parameters, optimization of the control angles.

## Sadržaj

1. UVOD.....	3
2. PREKIDAČKI RELUKTANTNI MOTOR.....	7
2.1 Konstrukcija i princip rada.....	7
2.2 Osnovne jednačine PRM-a .....	10
2.3 Modelovanje PRM-a.....	14
2.3.1 Linearni model .....	15
2.3.2 Nelinearni modeli.....	16
2.3.3 Opis korišćenog nelinearnog modela.....	17
3. METAHEURISTIČKI ALGORITMI.....	24
3.1 Optimizacione metode .....	24
3.1.1 Egzaktne metode .....	25
3.1.2 Približne metode .....	26
3.2 Pregled i podjela metaheurističkih algoritama.....	27
3.3 Opis algoritama korišćenih u radu .....	30
3.3.1 PSO algoritam.....	31
3.3.2 GWO algoritam.....	33
3.3.3 DE algoritam.....	37
4. PRIMJENA METAHEURISTIČKIH ALGORITAMA U MODELOVANJU PREKIDAČKOG RELUKTANTNOG MOTORA .....	40
4.1 Definisane granice parametara i funkcije cilja .....	40
4.2 Rezultati optimizacije primjenom PSO algoritma .....	41
4.3 Rezultati optimizacije primjenom GWO algoritma.....	43
4.4 Rezultati optimizacije primjenom DE algoritma .....	45
4.5 Poređenje rezultata.....	47
5. OPTIMIZACIJA UPRAVLJAČKIH UGLOVA PRIMJENOM METAHEURISTIČKIH ALGORITAMA.....	50
5.1 Upravljački parametri PRM-a.....	50
5.2 Mehanička karakteristika PRM-a .....	50

5.3 Optimizacija uglova uključenja i isključenja PRM-a .....	53
5.4 Poređenje konvergencijskih karakteristika .....	58
5.5 Prikaz karakterističnih talasnih oblika struje i momenta motora.....	62
ZAKLJUČAK.....	66
LITERATURA .....	68



# 1. UVOD

Prekidačka reluktantna mašina (PRM) je vrsta mašine koja je, sa konstrukcijskog aspekta, jedna od najjednostavnijih električnih mašina. Sa druge strane, princip rada ove mašine zasniva se na težnji rotora da zauzme onu poziciju pri kojoj induktivnost pobuđene faze statora ima maksimalnu vrijednost. Preciznije, kada se kroz fazni namotaj propusti struja, javlja se elektromagnetni moment pod čijim dejstvom rotor teži da zauzme položaj minimalne reluktanse, po čemu je i ova vrsta mašine dobila ime.

Glavne pozitivne osobine PRM-a su sljedeće:

- Na rotoru nema namotaja, što znači da je moment inercije rotora mali, pa su moguće nagle promjene brzine. Takođe, nije prisutan problem odvođenja toplote, tj. hlađenja namotaja.
- Zahvaljujući tome što na rotoru nema ni stalnih magneta, moguć je rad u širokom dijapazonu brzina.
- Međusobne induktivnosti faza su zanemarive, stoga struja u jednoj fazi ne utiče na struje u drugim fazama.

Jedan od problema koji se vezuje za PRM je izražena talasnost momenta, koja je posljedica istaknutih polova i na statoru i na rotoru. Takođe, s obzirom na to da normalan režim rada PRM-a podrazumijeva rad u dubokom zasićenju, modelovanje ove mašine predstavlja izuzetno težak zadatak [1]-[4].

Kako bi se na adekvatan način modelovao prekidački reluktantni motor, neophodno je uzeti u obzir zasićenje magnetskog kola motora, što predstavlja predmet velikog broja istraživanja. Jedan od predloženih pravaca je eksperimentalno utvrđivanje fluks – struja karakteristika motora (za više pozicija rotora) i njihovo kasnije korišćenje za kompletno modelovanje mašine. Osim eksperimentalnim putem, pomenute karakteristike mogu se utvrditi i primjenom metoda konačnih elemenata (FEM – *Finite Element Method*) [5]. U [6]-[8] prikazani su modeli PRM-a koji se zasnivaju na matematičkom opisu fluks – struja krivih. Međutim, za definisanje pomenutih krivih moraju se koristiti unaprijed utvrđene karakteristike. Matematički modeli koji su zasnovani na kombinaciji relacija koje opisuju magnetsko kolo mašine i iskustvenih relacija prikazani su u [9]-[11]. U ovom radu biće korišćen matematički model PRM-a koji je predložen u [12]. Pomenuti model zasniva se na analitičkom izrazu za moment motora u funkciji struje i pozicije rotora. Međutim, taj izraz se može preurediti tako da se dobije analitički izraz za struju u funkciji momenta i pozicije rotora. Zbog navedene osobine može se reći da se predloženi model zasniva na inverzibilnoj funkciji momenta. Primjenom ovog modela moguće je odrediti ne samo fluks – struja karakteristike, već i dinamičke karakteristike motora. Kako bi se u potpunosti definisano model, neophodno je utvrditi vrijednosti 5 parametara. U cilju izbjegavanja empirijskog određivanja nepoznatih parametara, u ovom radu će se razmotriti mogućnost primjene metaheurističkih algoritama.

Metaheuristički algoritmi predstavljaju osnovu savremenih optimizacionih metoda. Neki od poznatijih su PSO (*Particle Swarm Optimization*) [13]-[14], GWO (*Grey Wolf Optimizer*) [15]-

[16], ACO (*Ant Colony Optimization*) [17], ABC (*Artificial Bee Colony*) [18], CSO (*Cat Swarm Optimization*) [19], CS (*Cuckoo Search*) [20], itd. Prethodno nabrojani algoritmi baziraju se na psihološko-socijalnom ponašanju grupe životinja. Osim navedenih, često se primjenjuju i algoritmi koji su inspirisani procesom biološke evolucije. Najpoznatiji predstavnici ovih algoritama su GA – Genetički Algoritmi (*Genetic Algorithms*) [21] i DE – Diferencijalna Evolucija (*Differential Evolution*) [22]. Metaheuristički algoritmi imaju značajnu primjenu u oblasti električnih mašina, što je potvrđeno velikim brojem radova iz ove oblasti. Naime, u [23] pokazana je primjena GA i PSO algoritama u optimizaciji dizajniranja asinhronne mašine sa kaveznim rotorom, dok je u [24] i [25] prikazana primjena metaheurističkih algoritama u cilju optimalnog upravljanja asinhronim motorom. Preciznije, u [24] izvršena je optimizacija PI regulatora korišćenjem GA algoritma za vektorsko upravljanje asinhronim motorom, dok je u [25] optimizovan Kalmanov filter koji se koristi za bezsenzorsko upravljanje asinhronim motorom. Optimizacija dizajna BLDC (*Brushless DC*) motora primjenom BA algoritma (*Bat Algorithm*) opisana je u [26]. Mogućnost korišćenja FPA algoritma (*Flower Pollination Algorithm*) u cilju identifikacije parametara modela DC motora pokazana je u [27]. Osim modelovanja, metaheuristički algoritmi primjenu nalaze i za rješavanje problema regulacije brzine DC motora. Optimizacija parametara PID regulatora pomoću GWO i SCA algoritma (*Sine Cosine Algorithm*) izvršena je u [28] i [29]. Takođe, metaheuristički algoritmi se koriste i kod sinhronih mašina. U [30] je demonstrirana primjena PSO algoritma u procesu identifikacije parametara sinhronne mašine sa stalnim magnetima. Kombinacija ranije pomenutog BA algoritma i neuralnih mreža u cilju detekcije kvara kod sinhronih generatora prezentovana je u [31]. Sinhroni generatori, kao najveći proizvođači u elektroenergetskom sistemu, imaju ključnu ulogu prilikom regulacije napona i frekvencije. Obje regulacione konture (napon-reaktivna snaga i frekvencija-aktivna snaga) sadrže PID regulator, čiji parametri su optimizovani primjenom NLTA algoritma (*Nonlinear Threshold Accepting Algorithm*) u radu [32]. Metaheuristički algoritmi se mogu koristiti za rješavanje optimizacionih problema kod PRM-a, što je objašnjeno u narednom pasusu.

Pod optimizacijom upravljačkih uglova PRM-a podrazumijeva se određivanje vrijednosti upravljačkih uglova u cilju postizanja što boljih izlaznih karakteristika motora (maksimalne izlazne snage, odnosno momenta, smanjenje pulsacija momenta, maksimalne efikasnosti, itd.). Pod pojmom upravljački uglovi misli se na:

- ugao uključenja, odnosno poziciju rotora pri kojoj se krajevi faznog namotaja priključuju na izvor jednosmjernog napona (počinje magnetizacija faze) i
- ugao isključenja, odnosno poziciju rotora pri kojoj prestaje magnetizacija i počinje demagnetizacija faze).

Radi postizanja boljih performansi PRM-a veoma je važno optimizovati pomenute parametre, što je i potvrđeno velikim brojem radova koji se bave ovom tematikom. Ispitivanje svih kombinacija uglova uključenja i isključenja predstavlja najprostiji, ali i vremenski najzahtjevniji algoritam optimizacije. Pri tome se moraju definisati granice u okviru kojih se kreću upravljački uglovi, kao i korak promjene ugla koji mora biti veoma mali [33], [34]. Minimizacija pulsacija momenta je funkcija cilja u [33], dok je u [34] cilj postići maksimalnu izlaznu snagu i efikasnost motora. Optimizacioni metod koji se bazira na analitičkim izrazima pomoću kojih se direktno računaju

optimalne vrijednosti upravljačkih uglova prikazan je u [35] i [36]. Modeli motora na osnovu kojih se vrši optimizacija su različiti: u [35] koristi se manje pouzdani, linearni model motora, dok se u [36] koristi znatno pouzdaniji, nelinearni model. Takođe, u pomenutim radovima se koriste različite funkcije cilja: u [35] vrši se maksimizacija momenta, a u [36] maksimizacija efikasnosti. Primjena vještačke inteligencije u cilju optimizacije upravljačkih uglova prezentovana je u [37]-[39]. Neuralne mreže se koriste u [37] i [38], pri čemu se u [37] funkcija cilja definiše kao kombinacija minimizacije pulsacija momenta i pulsacija brzine, dok je u [38] funkcija cilja samo minimizacija pulsacija momenta. Primjena *fuzzy* logike demonstrirana je u [39]. Osim svih navedenih metoda, u literaturi se mogu naći i radovi koji prikazuju primjenu metaheurističkih algoritama prilikom optimizacije upravljačkih uglova PRM-a. Naime, jedan od najčešće korišćenih metaheurističkih algoritama je PSO, koji je u [40] upotrijebljen u postupku optimizacije upravljačkih uglova u cilju dobijanja maksimalnog momenta po amperu. Optimizacija korišćenjem DE algoritma je prikazana u [41], pri čemu se istovremeno vodi računa o više zahtjeva. Preciznije, funkcija cilja je definisana kao kombinacija tri veoma bitna zahtjeva: maksimizacija srednje vrijednosti momenta, minimizacija gubitaka u bakru i minimizacija pulsacija momenta. Još jedan od metaheurističkih algoritama koji je iskorišćen za optimizaciju rada PRM-a je i GWO algoritam [42], koji kao funkciju cilja koristi minimizaciju pulsacija momenta. Primjena GA algoritma prikazana je u [43] i [44], pri čemu se koriste različite funkcije cilja: u [43] cilj je povećati srednju moment i smanjiti pulsacije momenta, dok je u [44] cilj povećati efikasnost i smanjiti pulsacije momenta.

Jedan od osnovnih ciljeva ovoga rada je pojednostavljenje postupka utvrđivanja nepoznatih parametara opisanog modela motora koji se zasniva na inverzibilnoj funkciji momenta i poboljšanje tačnosti toga modela. Konkretno, cilj je odrediti nepoznate parametre modela primjenom metaheurističkih algoritama čime se izbjegava utvrđivanje pomenutih parametara empirijskim putem. Nakon određivanja nepoznatih parametara model je potpuno definisan, pa se stoga može koristiti za određivanje izlaznih karakteristika motora-karakteristika momenta i snage u funkciji brzine obrtanja. Pomenute karakteristike značajno variraju sa promjenom vrijednosti upravljačkih uglova, što dodatno pokazuje da određivanje optimalnih vrijednosti ovih uglova predstavlja veoma težak zadatak. S obzirom na to da je algoritam koji ispituje sve kombinacije upravljačkih uglova veoma nepraktičan, kao alternativa će biti iskorišćeni metaheuristički algoritmi. Ovi algoritmi ne ispituju sve kombinacije upravljačkih uglova, što znači da konvergiraju ka optimalnom rješenju za znatno manje vremena i u manjem broju iteracija.

Drugi cilj ovoga rada je odrediti optimalne vrijednosti upravljačkih uglova primjenom metaheurističkih algoritama, pri čemu je kriterijumska funkcija postizanje maksimalne izlazne snage na vratilu motora. Izlazna snaga se određuje pomoću optimizovanog modela zasnovanog na inverzibilnoj funkciji momenta, koji obezbjeđuje veoma pouzdane simulacione rezultate.

Kako bi se na adekvatan način prikazao doprinos, ovaj rad je organizovan na sljedeći način:

- Drugo poglavlje sadrži osnovne informacije o PRM-u: konstrukcione karakteristike, princip rada i osnovne jednačine kojima se opisuje motor. Nakon toga, biće spomenuti brojni postojeći modeli PRM-a, sa posebnim akcentom na jedinstveni, složeni, nelinearni model koji će biti korišćen u ovom radu.

- U trećem poglavlju biće prikazana sistematska podjela optimizacionih metoda, sa kratkim opisom svakog metoda. Nakon toga, biće objašnjeni metaheuristički algoritmi koji će se koristiti za optimizaciju, uz navedene sve matematičke relacije i njihovo fizičko tumačenje.
- Četvrto poglavlje će demonstrirati način na koji se metaheuristički algoritmi mogu primijeniti u cilju optimizacije parametara modela PRM-a. Validacija rezultata biće izvršena tako što će se statičke karakteristike dobijene korišćenjem modela sa optimizovanim parametrima uporediti sa onima koje pruža model čiji parametri su utvrđeni empirijskim putem, kao i sa eksperimentalnim karakteristikama.
- U petom poglavlju će najprije biti prikazane tipične izlazne karakteristike PRM-a i biće definisani upravljački parametri motora. Nakon toga, biće objašnjen način primjene metaheurističkih algoritama u optimizaciji upravljačkih uglova motora, uz definisanje odgovarajuće funkcije cilja. Dodatno će biti izvršena i detaljna optimizacija, koja podrazumijeva ispitivanje svih kombinacija upravljačkih uglova, i biće dato poređenje sa optimizacijom kada se primijene metaheuristički algoritmi.
- Na samom kraju, u zaključku će biti sumirani postignuti rezultati, sa odgovarajućim komentarima o potencijalnim unaprijeđenjima i idejama vezane za dalje istraživanje.

## 2. PREKIDAČKI RELUKTANTNI MOTOR

U ovom poglavlju su date osnovne informacije o PRM-u, a to su princip rada i konstrukcione karakteristike. Nakon toga, prikazane su i osnovne jednačine motora, tj. naponska jednačina kao i jednačina pomoću koje se računa moment motora. Jednačine za moment su izvedene za dva slučaja: kada se uzima u obzir efekat zasićenja magnetskog kola mašine i kada je pomenuti efekat zanemaren. Osim toga, izvršena je analiza mehaničke karakteristike motora (moment-brzina karakteristike). Takođe, izložen je i problem modelovanja PRM-a, uz pregled nekih od postojećih modela, pri čemu je posebna pažnja posvećena modelu koju je korišćen u ovom radu – model koji se zasniva na inverzibilnoj funkciji momenta.

### 2.1 Konstrukcija i princip rada

Konstrukcija prekidačke reluktantne mašine je veoma jednostavna – istaknuti polovi se nalaze i na statoru i na rotoru, pri čemu su namotaji postavljeni samo na statoru. Na rotoru nema namotaja, kao ni stalnih magneta, što se pozitivno odražava na radne karakteristike motora. Odsustvo namotaja dovodi do toga da je moment inercije rotora mali, čime su omogućene nagle promjene brzine. Sa druge strane, kako na rotoru nema ni magneta, moguć je rad u širokom dijapazonu brzina bez opasnosti da može doći do oštećenja rotora. Namotaji na statoru su postavljeni koncentrično oko isturenih polova, tako da svaku fazu čine dva namotaja koji su postavljeni oko međusobno suprotnih polova [1]-[4].

Reluktansa magnetskog kola motora  $R_m$  može se izračunati prema sljedećoj formuli:

$$R_m = \frac{Ni}{\phi}, \quad (2.1)$$

gdje je  $N$  oznaka za broj navojaka,  $i$  je struja kroz namotaj statora, a  $\phi$  je fluks kroz jedan navojak. Uzimajući u obzir Amperov zakon za magnetska kola  $Hl_0=Ni$ , kao i izraz za fluks  $\phi=BS$ , izraz (2.1) može se preurediti na sljedeći način:

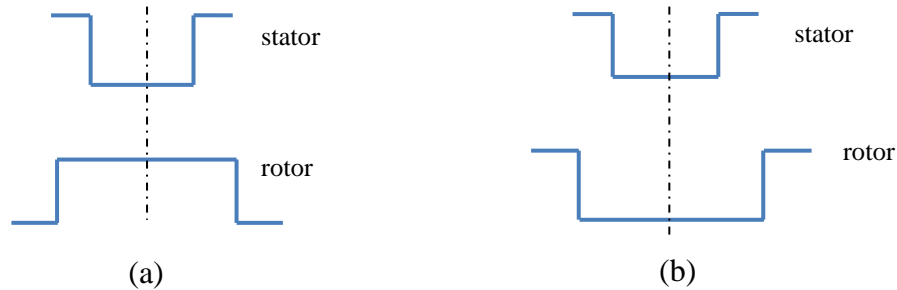
$$R_m = \frac{Ni}{\phi} = \frac{Hl_0}{BS} = \frac{\mathcal{B}l_0}{\mu_0 \mathcal{B}S} = \frac{l_0}{\mu_0 S}, \quad (2.2)$$

pri čemu je  $l_0$  oznaka za širinu vazdušnog procijepa,  $\mu_0$  je magnetska permeabilnost vazduha, a  $S$  je površina kroz koju se zatvara fluks. Koristeći prethodno navedene izraze, jednostavno se može izvesti izraz za računanje induktivnosti faznog namotaja:

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{N^2}{R_m}. \quad (2.3)$$

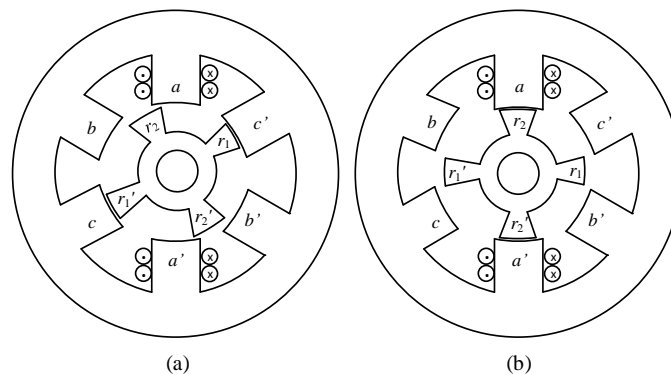
Na osnovu prethodno izvedenog izraza zaključuje se da je induktivnost namotaja faze obrnuto srazmjerna reluktansi putanje fluksa.

Dvije ključne pozicije rotora u odnosu na posmatrane polove statora su usaglašena pozicija koja je prikazana na slici 2.1 (a) i neusaglašena pozicija koja je prikazana na slici 2.1 (b). Kada se rotor nađe u usaglašenoj poziciji, reluktansa putanje fluksa je minimalna, pa je induktivnost odgovarajućeg faznog namotaja maksimalna. Nasuprot tome, kada se rotor nađe u neusaglašenoj poziciji, reluktansa putanje fluksa je maksimalna što dalje znači da je induktivnost faznog namotaja minimalna.



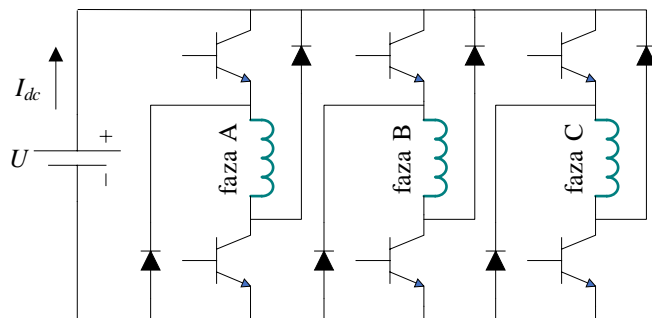
**Slika 2.1** (a) Usaglašena pozicija rotora (b) Neusaglašena pozicija rotora

Kada se kroz fazni namotaj motora propusti struja, javlja se i obrtni moment pod čijim dejstvom rotor nastoji da zauzme usaglašenu poziciju (poziciju najmanje reluktanse). Kako usaglašenim pozicijama različitih faza odgovara različita pozicija rotora, naizmjeničnim i pravovremenim pobuđivanjem faza ostvaruje se kontinuirano obrtanje rotora u željenom smjeru. Princip rada PRM-a se najbolje može objasniti posmatrajući sliku 2.2. Prema slici 2.2 (a), polovi  $r_1$  i  $r_1'$  rotora su usaglašeni sa polovima  $c$  i  $c'$  statora. Ukoliko se propusti struja kroz namotaj faze  $a$  (namotaj koji se nalazi oko statorovih polova  $a$  i  $a'$ ), rotor teži da zauzme poziciju u kojoj su polovi rotora  $r_2$  i  $r_2'$  usaglašeni sa polovima statora  $a$  i  $a'$  (pozicija prikazana slikom 2.2 (b)). Dalje, ukoliko se pobudi faza  $b$  motora, rotor će se obrnuti tako da njegovi polovi  $r_1$  i  $r_1'$  budu usaglašeni sa polovima statora na kojima se nalazi namotaj faze  $b$  (polovi  $b$  i  $b'$ ). Drugim riječima, na ovaj način (pobuđivanjem faza redosljedom  $c-a-b$ ) se postiže obrtanje rotora u smjeru kazaljke na časovniku. Ukoliko se želi promijeniti smjer obrtanja, tj. postići obrtanje rotora u smjeru suprotnom smjeru kretanja kazaljke na časovniku, potrebno je pobuđivati faze redosljedom  $c-b-a$  [1]-[2].



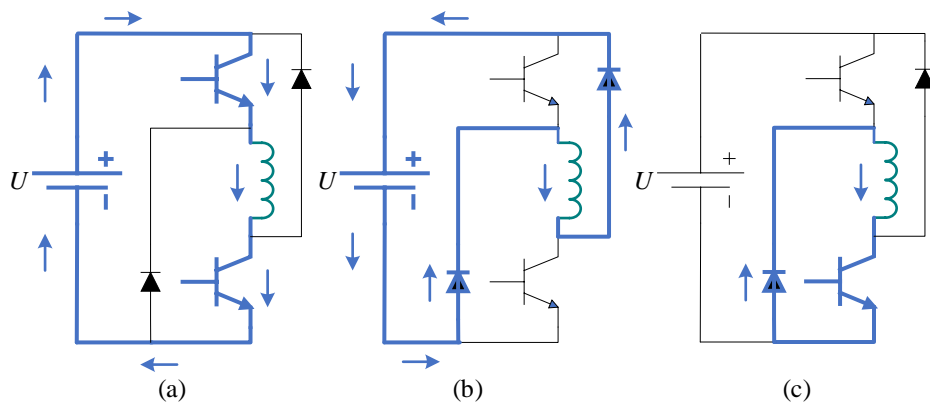
**Slika 2.2** Pozicije rotora prilikom pobuđivanja različitih faza

Za napajanje PRM-a najčešće se koristi klasični-asimetrični pretvarač, koji sadrži po dva tranzistora i dvije diode za jednu fazu motora. Šema klasičnog pretvarača za trofazni PRM prikazana je na slici 2.3 [4].



Slika 2.3 Klasični pretvarač za trofazni PRM

Uključivanjem oba tranzistora napon na fazi je jednak naponu  $U$ , čime se postiže forsiranje struje kroz namotaj, odnosno počinje tzv. magnetizacija faze. Tok struje kroz jednu fazu PRM-a prilikom magnetizacije faze prikazan je na slici 2.4 (a). Ukoliko se oba tranzistora isključe, tada je napon na faznom namotaju jednak  $-U$ , odnosno počinje proces demagnetizacije faze. Tada struja opada, i u ovom intervalu protiče kroz diode, shodno slici 2.4 (b). Ovakva tehnika koju karakteriše istovremeno uključivanje i isključivanje oba tranzistora naziva se *hard chopping*. Osim toga, demagnetizacija faze može se izvršiti i primjenom *soft chopping* tehnike. Naime, u ovom slučaju isključen je samo jedan prekidač, pa se struja zatvara kroz drugi prekidač i jednu diodu, kao što je prikazano na slici 2.4 (c). Na ovaj način postiže se sporije opadanje struje kroz namotaj faze. U ovom radu se primjenjuje *hard chopping* tehnika prilikom demagnetizacije faze.



Slika 2.4 (a) Magnetizacija faze, (b) Hard chopping i (c) Soft chopping tehnika za demagnetizaciju faze

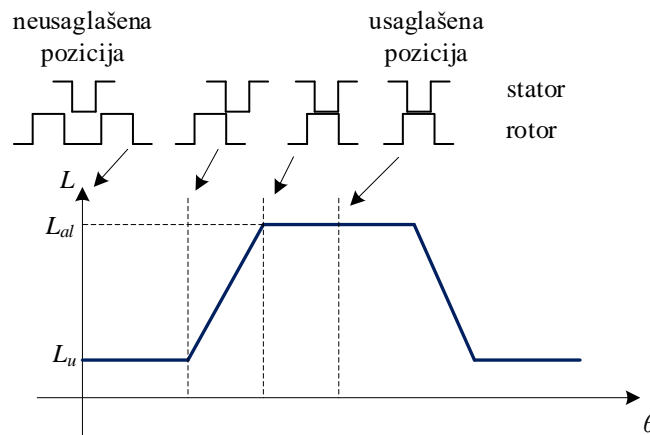
## 2.2 Osnovne jednačine PRM-a

Naponska jednačina jedne faze PRM-a data je izrazom (2.4) [1]-[4]:

$$u = R \cdot i + \frac{d\psi}{dt}, \quad (2.4)$$

gdje je  $u$  napon na koji je priključen fazni namotaj,  $i$  fazna struja,  $R$  otpornost namotaja faze, a  $\psi$  magnetsko obuhvatanje namotaja ( $\psi = N \cdot \phi$ ,  $N$ -broj navojaka,  $\phi$ -fluks kroz jedan navojak). Tokom rada, materijal od kojeg je napravljen motor ulazi u zasićenje, pa stoga induktivnost namotaja faze zavisi kako od pozicije rotora  $\theta$  tako i od vrijednosti struje, tj.  $L=L(\theta, i)$ .

Linearnom analizom PRM-a se zanemaruje efekat zasićenja magnetskog kola motora, kada se može smatrati da induktivnost namotaja faze zavisi samo od pozicije rotora, tj.  $L=L(\theta)$ . Grafička zavisnost idealizovane induktivnosti jedne faze motora od međusobnog položaja rotora i statora prikazana je na slici 2.5, pri čemu su  $L_{al}$  i  $L_u$  oznake za induktivnost pri usaglašenoj i neusaglašenoj poziciji rotora, respektivno.



**Slika 2.5** Grafička zavisnost induktivnosti namotaja faze od položaja rotora kada se zanemari efekat zasićenja

Uzimajući u obzir pomenutu aproksimaciju, naponska jednačina sada glasi:

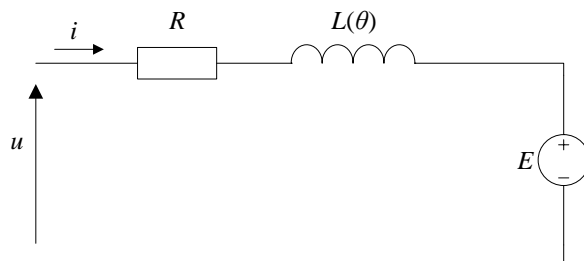
$$u = R \cdot i + \frac{d(L(\theta) \cdot i)}{dt}, \quad (2.5)$$

$$u = R \cdot i + L(\theta) \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}. \quad (2.6)$$

Kada se uzme u obzir da je ugaona brzina  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  i da je  $E = i \cdot \omega \cdot \frac{dL(\theta)}{d\theta}$ , gdje je  $E$  kontraelektromotorna sila, dobija se konačni izraz (2.7), na osnovu kojeg se može nacrtati i ekvivalentno kolo jedne faze PRM-a (slika 2.6).



$$u = R \cdot i + L(\theta) \cdot \frac{di}{dt} + E. \quad (2.7)$$



Slika 2.6 Ekvivalentno kolo jedne faze PRM-a

U cilju dobijanja izraza za elektromagnetni moment motora kada se zanemari efekat zasićenja, najprije je potrebno doći do izraza za bilans snaga. Naime, ukoliko se izraz (2.6) pomnoži strujom  $i$ , dobija se sljedeći izraz:

$$p_{el} = u \cdot i = R \cdot i^2 + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} + i^2 \cdot \frac{dL}{d\theta} \cdot \omega. \quad (2.8)$$

Znajući da je  $\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L \cdot i^2 \right) = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\theta} \cdot \omega$ , izraz (2.8) se može napisati u sljedećem obliku:

$$p_{el} = u \cdot i = R \cdot i^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L \cdot i^2 \right) + \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\theta} \cdot \omega. \quad (2.9)$$

Prethodni izraz predstavlja jednačinu bilansa snaga: prvi sabirak predstavlja snagu Džulovih gubitaka usljed otpornosti namotaja statora, drugi sabirak predstavlja brzinu promjene magnetne energije, dok treći sabirak predstavlja izlaznu mehaničku snagu. S obzirom na to da je mehanička snaga, u opštem slučaju, definisana kao  $P_{meh} = M\omega$  (gdje  $M$  predstavlja moment), upoređujući sa posljednjim sabirkom iz izraza (2.9), dolazi se do konačnog izraza za elektromagnetni moment motora kojim se ne uzima u obzir efekat zasićenja:

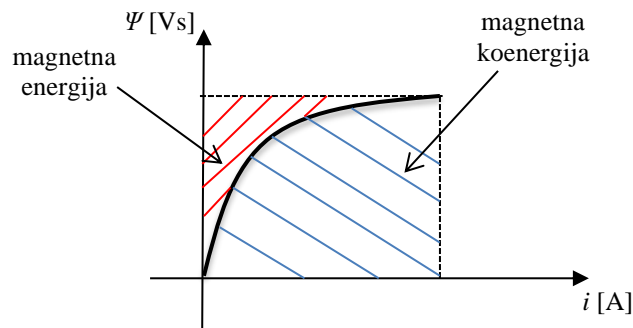
$$M = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\theta}. \quad (2.10)$$

Na osnovu datog izraza može se zaključiti da se znak momenta, a samim tim i režim rada mašine, ne može promijeniti promjenom smjera struje kroz namotaj jer moment zavisi od kvadrata struje. Osim toga, zaključuje se da znak momenta zavisi od izvoda induktivnosti, što dalje znači da je potrebno napajati fazni namotaj u intervalu kada induktivnost raste ukoliko je cilj postići motorni režim rada, odnosno u intervalu kada induktivnost opada ukoliko se želi postići generatorski režim rada.

Kao što je već pomenuto, materijal od kojeg je napravljen PRM tokom rada ulazi u duboko zasićenje, pa induktivnost faznog namotaja ne zavisi samo od pozicije rotora, već i od vrijednosti struje. Do zasićenja materijala kod PRM-a dolazi u dva vremenska intervala:

- kada je preklapanje između ivica polova rotora i statora veoma malo, tada je gustina fluksa velika pa dolazi do zasićenja na ivicama polova čak i pri veoma malom fluksu (efekat lokalnog zasićenja),
- kada je rotor blizu usaglašene pozicije – tada dolazi do zasićenja pri većim vrijednostima fluksa (efekat globalnog zasićenja).

Zbog velikog uticaja efekta zasićenja potrebno je sprovesti nelinearnu analizu PRM-a, kako bi se dobila tačna formula za elektromagnetni moment. Konkretno, uticaj lokalnog zasićenja na karakteristike motora je dominantniji-zbog toga se „zakrivljenje“ fluks-struja karakteristika javlja pri malim vrijednostima fluksa. U tom cilju, prvo je potrebno definisati pojmove magnetne energije i magnetne koenergije za određenu poziciju rotora, shodno slici 2.7 [1]-[4].



Slika 2.7 Ilustracija pojmova magnetne energije i koenergije

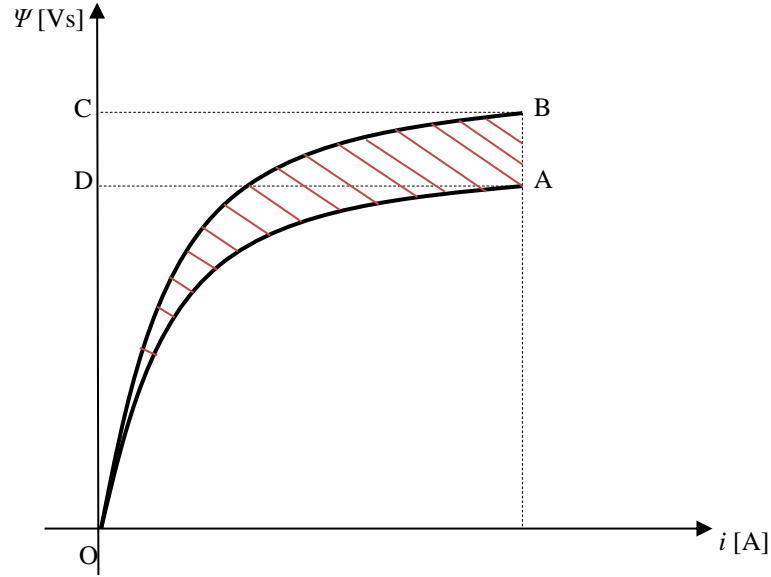
Magnetna energija  $W_f$  i magnetna koenergija  $W_c$  se definišu na sljedeći način:

$$W_f(\theta, \psi) = \int_0^{\psi} i(\theta, \psi) d\psi \quad (2.11)$$

i

$$W_c(\theta, i) = \int_0^i \psi(\theta, i) di. \quad (2.12)$$

Na slici 2.8 prikazane su fluks – struja krive za dvije različite pozicije rotora  $\theta_1$  i  $\theta_2$ , pri čemu je  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ .



**Slika 2.8** Fluks – struja karakteristike za dvije različite pozicije rotora

Kada se princip održanja energije primjeni na PRM, dobija se da je priraštaj ulazne električne energije  $\Delta W_e$  jednak zbiru priraštaja magnetne energije  $\Delta W_f$  i priraštaja mehaničkog rada  $\Delta W_m$ , tj.:

$$\Delta W_e = \Delta W_f + \Delta W_m. \quad (2.13)$$

Prilikom prelaska rotora iz pozicije  $\theta_1$  u poziciju  $\theta_2$ , odnosno kada rotor napravi pomjeraj  $\Delta\theta$  pri konstantnoj struji (ovom pomjeraju odgovara prelazak iz tačke A u tačku B prema slici 2.8), priraštaj ulazne električne energije dat je izrazom (2.14), pri čemu je struja  $i$  konstantna:

$$\Delta W_e = \int e \cdot i \cdot dt = \int i \cdot \frac{d\psi}{dt} \cdot dt = \int i \cdot d\psi = P(ABCD), \quad (2.14)$$

dok je priraštaj magnetne energije dat izrazom (2.15):

$$\Delta W_f = P(OBC) - P(OAD). \quad (2.15)$$

Shodno jednačini bilansa energije (2.13), dobija se sljedeći izraz za priraštaj mehaničkog rada:

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f, \quad (2.16)$$

odnosno kada se uvrste jednakosti (2.14) i (2.15):

$$\begin{aligned} \Delta W_m &= P(ABCD) - (P(OBC) - P(OAD)) \\ &= P(ABCD) + P(OAD) - P(OBC) \\ &= P(OABCD) - P(OBC) \\ &= P(OAB). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Posmatrajući sliku 2.8 zaključuje se da je površina  $P(OAB)$  ustvari jednaka priraštaju magnetne koenergije  $\Delta W_c$ , tj.:

$$\Delta W_c = P(OAB), \quad (2.18)$$

pa stoga važi sljedeća jednakost:

$$\Delta W_m = \Delta W_c. \quad (2.19)$$

U opštem slučaju, veza između priraštaja mehaničkog rada i elektromagnetnog momenta definisana je izrazom (2.20):

$$\Delta W_m = M \cdot \Delta \theta. \quad (2.20)$$

Upoređujući izraze (2.19) i (2.20), dobija se da je  $M = \frac{\Delta W_c}{\Delta \theta}$ , odnosno ukoliko  $\Delta \theta \rightarrow 0$  dolazi se do konačnog izraza za elektromagnetni moment:

$$M(\theta, i) = \frac{\partial W_c(\theta, i)}{\partial \theta}. \quad (2.21)$$

Ukoliko se kao nezavisne promjenljive usvoje fluks obuhvatanja  $\psi$  i pozicija rotora  $\theta$ , elektromagnetni moment se može izraziti i u funkciji magnetne energije na sljedeći način:

$$M(\theta, \psi) = - \frac{\partial W_f(\theta, \psi)}{\partial \theta}. \quad (2.22)$$

Do prethodnog izraza dolazi se na sličan način kao i do (2.21), samo što sada fluks ima konstantnu vrijednost, a ne struja.

Prethodna analiza pokazuje da se trenutna vrijednost momenta može utvrditi ako se definiše magnetna energija, odnosno magnetna koenergija, u funkciji pozicije rotora i struje ili u funkciji pozicije rotora i fluksa obuhvatanja. Međutim, da bi se utvrdila vrijednost magnetne energije ili koenergije, neophodno je poznavati zavisnosti struje od pozicije rotora i fluksa obuhvatanja ili zavisnost fluksa obuhvatanja od pozicije rotora i struje. Upravo zbog toga je definisanje veze između fluksa obuhvatanja, struje i pozicije rotora glavni problem prilikom modelovanja PRM-a.

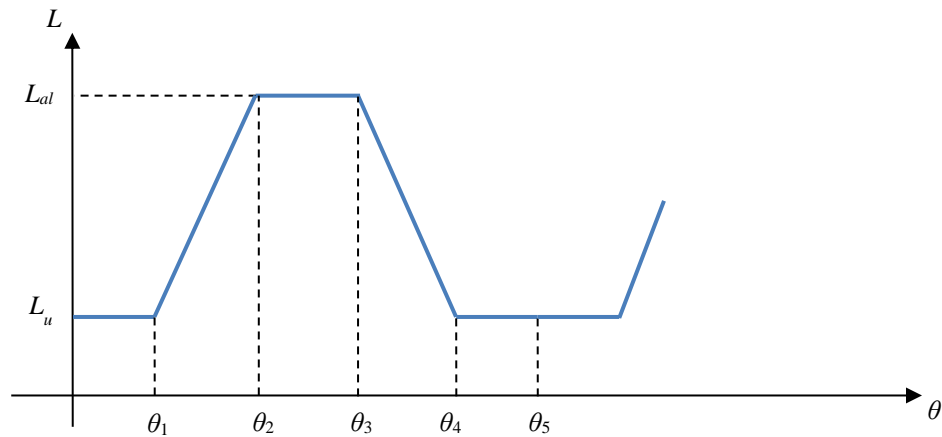
## 2.3 Modelovanje PRM-a

Jedan od glavnih problema kod PRM-a je otežano modelovanje koje je prouzrokovano radom mašine u zasićenju. Konkretno, zbog pojave zasićenja imamo nelinearne karakteristike motora (fluks-struja i moment-struja karakteristike pri datoj poziciji, odnosno fluks-pozicija i moment-pozicija karakteristike pri datoj struji), što za posljedicu ima otežano modelovanje motora. Najjednostavniji, ali ujedno i najmanje pouzdan model PRM-a je linearni model prema kojem je fluks – struja karakteristika linearna, čime se zanemaruje efekat zasićenja. Zbog toga što

ova mašina spada u grupu mašina sa izraženim nelinearnim karakteristikama, u cilju sprovođenja kvalitetne analize rada PRM-a i omogućavanja optimizacije upravljačkog algoritma potrebno je što tačnije predstaviti karakteristike magnecenja (fluks-struja krive) što se može postići primjenom nekog od brojnih nelinearnih modela.

### 2.3.1 Linearni model

Kao što je već napomenuto, najjednostavniji model PRM-a je linearni model koji ne uzima u obzir efekat zasićenja magnetskog materijala mašine. S obzirom na to da tokom rada mašina ulazi u duboko zasićenje, ovaj model se smatra značajno manje tačnim u odnosu na nelinearne modele. Kod linearnog modela, kao posljedica zanemarivanja zasićenja, induktivnost faznog namotaja zavisi samo od pozicije rotora, kao što je prikazano na slici 2.9 (kada je širina polova rotora veća od širina polova statora).



Slika 2.9 Idealizovana zavisnost induktivnosti od pozicije rotora

Prema ovom modelu, uglovi  $\theta_1 - \theta_5$  se definišu na sljedeći način:

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{P_r} - (\beta_s + \beta_r) \right), \\
 \theta_2 &= \theta_1 + \beta_s, \\
 \theta_3 &= \theta_2 + (\beta_r - \beta_s), \\
 \theta_4 &= \theta_3 + \beta_s, \\
 \theta_5 &= \theta_4 + \theta_1 = \frac{2\pi}{P_r},
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

pri čemu  $P_r$  predstavlja broj polova rotora, a  $\beta_s$  i  $\beta_r$  predstavljaju širinu polova statora i rotora, respektivno. Shodno slici 2.9, zavisnost induktivnosti od položaja rotora se može definisati prema izrazu (2.24).

$$L(\theta) = \begin{cases} L_u, & \theta < \theta_1 \\ \frac{L_{al} - L_u}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) + L_u, & \theta_1 < \theta < \theta_2 \\ L_{al}, & \theta_2 < \theta < \theta_3 \\ \frac{L_{al} - L_u}{\theta_3 - \theta_4} (\theta - \theta_3) + L_u, & \theta_3 < \theta < \theta_4 \\ L_u, & \theta_4 < \theta < \theta_5 \end{cases} \quad (2.24)$$

Koristeći poznatu formulu za fluks obuhvatanja  $\psi(\theta, i) = L(\theta) \cdot i$  i izraz (2.24) lako se dolazi do analitičke veze između fluksa, struje i pozicije rotora, što je navedeno kao glavni problem prilikom modelovanja PRM-a. Upotrebom već pomenute naponske jednačine jedne faze motora (2.5) i izraz za moment (2.10) dobija se kompletni model mašine koji je veoma jednostavan ali ujedno i najmanje tačan.

### 2.3.2 Nelinearni modeli

Generalno, postoji više različitih pristupa za podjelu nelinearnih modela PRM-a. Jedna od najčešće korišćenih podjela je na osnovu načina dobijanja zavisnosti između fluksa i struje. Shodno tome, prvoj grupi modela pripadaju modeli koji se zasnivaju na upotrebi FEM-a (metoda konačnih elemenata) [5]. Ovaj metod je jedan od najčešće korišćenih numeričkih alata za rješavanje nelinearnih problema, pa se stoga primjenjuje i kod proračuna fluks-struja karakteristika PRM-a. Prednost upotrebe FEM-a je ta što primjena ovog metoda obezbjeđuje dobijanje karakteristika koje minimalno odstupaju od eksperimentalnih rezultata, dok je glavni nedostatak primjene FEM-a velika računarska složenost, što ga čini veoma sporim. Drugu grupu čine modeli kod kojih je dat matematički opis fluks-struja krivih, pri čemu krive mogu biti dobijene primjenom FEM-a ili mjerenjem na postojećoj mašini. Neki od najpoznatijih modela koji pružaju matematičku vezu između fluksa i struje su *M. Ilić-Spong* model [6], kao i *Torrey-ev* model [7]. Ovoj grupi pripada i *Chan-ov* model [8], koji se od prethodno pomenutih razlikuje po tome što definiše direktnu 3-D formulaciju fluks-struja-pozicija zavisnosti. Prednost navedenih modela je mala računarska složenost, a nedostatak je zavisnost njihove tačnosti od tačnosti mjerenja, ukoliko se oni baziraju na izmjerenim podacima. Posljednja, treća grupa modela, obuhvata modele koji su zasnovani na rješavanju jednačina koje opisuju magnetsko kolo mašine. Jedan od predstavnika ove grupe modela je *Radun-ov* model [9], koji se zasniva na analizi dva položaja rotora-kada postoji i kada ne postoji preklapanje statorskih i rotorskih polova. Ovaj model zahtijeva samo podatke o geometriji mašine i karakteristikama materijala, ali ne uključuje efekte zasićenja pri onoj poziciji

rotora kada počinje preklapanje polova, što ga čini nepodesnim za utvrđivanje dinamičkih karakteristika motora. Dodatno, *Radun*-ov model ne omogućava dobijanje direktnog analitičkog izraza kojim se opisuje veza između fluksa, struje i pozicije rotora. Za razliku od prethodno opisanog, *Miller*-ov model [10], koji kombinuje empirijske relacije i jednačine kojima se opisuje magnetsko kolo mašine, uključuje sve efekte lokalnog zasićenja u mašini. Zbog toga, ovaj model obezbjeđuje veliki stepen tačnosti rezultata, kao i određivanje dinamičkih karakteristika. Međutim, za upotrebu *Miller*-ovog modela neophodno je poznavati nekoliko podataka sa fluks-struja karakteristike koji se moraju odrediti eksperimentalnim putem ili primjenom FEM-a. *Vujičić*-ev model, opisan u [11], takođe obezbjeđuje dobijanje veoma tačnih rezultata, kao i utvrđivanje kako statičkih tako i dinamičkih karakteristika motora. Za razliku od drugih modela, ovaj model zahtijeva najmanji broj ulaznih podataka-osim podataka o geometriji motora i karakteristikama materijala, neophodno je poznavati samo induktivnost pri neusaglašenoj poziciji rotora. Vrijednost ove induktivnosti se lako određuje eksperimentalnim putem zbog toga što magnetsko kolo motora ne ulazi u zasićenje kada nema preklapanja polova rotora i statora. U ovom radu će biti korišćen model predložen u [12] kojim se definiše veza između momenta, struje i pozicije rotora, a čiji je detaljan opis dat u nastavku.

### 2.3.3 Opis korišćenog nelinearnog modela

Jedinstveni matematički model prikazan u radu [12] zasniva se na analitičkom izrazu za moment motora u funkciji struje i pozicije rotora. Taj izraz se može invertovati tako da se dobije izraz za struju u funkciji momenta i pozicije rotora. Zbog pomenute osobine, može se reći da se model zasniva na inverzibilnoj funkciji momenta. Osim izraza za moment, ovaj model se može koristiti za dobijanje fluks-struja karakteristika i dinamičkih karakteristika motora. Naime, moment motora, kako za region zasićenja tako i za region kada magnetsko kolo ne ulazi u zasićenje, može se odrediti pomoću formule (2.25):

$$M(\theta, i) = \frac{0.5L_{0p}i^2}{(1 + fi^p)^{1/p}}. \quad (2.25)$$

U prethodnoj formuli  $L_{0p}(\theta, i)$  predstavlja prvi izvod induktivnosti,  $f = f(\theta)$  predstavlja funkciju koja zavisi samo od pozicije rotora, a  $p$  je neki pozitivan broj. Na osnovu relacije (2.12) kojim je definisana magnetna koenergija dolazi se do formule za fluks obuhvatanja:

$$\psi(\theta, i) = \frac{\partial W_c(\theta, i)}{\partial i}. \quad (2.26)$$

Ukoliko se pretpostavi da je induktivnost pri neusaglašenoj poziciji rotora  $L_u$  konstantna, tada se iz relacije (2.21) dolazi do sljedeće formule:

$$W_c(\theta, i) = \int_{\theta_u}^{\theta} M(\theta, i) d\theta + \frac{1}{2}L_u i^2, \quad (2.27)$$

pri čemu za poziciju rotora  $\theta$  važi nejednakost  $\theta_u \leq \theta \leq \theta_{al}$ , gdje su  $\theta_u$  i  $\theta_{al}$  oznake za neusaglašenu i usaglašenu poziciju rotora, respektivno. Zamjenom (2.27) u (2.26) dobija se sljedeća relacija:

$$\psi(\theta, i) = \int_{\theta_u}^{\theta} \frac{\partial M(\theta, i)}{\partial i} d\theta + L_u i. \quad (2.28)$$

Pretpostavljajući da su funkcije  $L_{0p}(\theta, i)$  i  $f(\theta)$  kao i parametar  $p$  poznati, tada se uvrštavanjem (2.25) u (2.28) dobija konačna formula za računanje fluksa:

$$\psi(\theta, i) = \int_{\theta_u}^{\theta} \frac{L_{0p} i (1 + 0.5 f i^p)}{(1 + f i^p)^{\frac{1}{p} + 1}} d\theta + L_u i. \quad (2.29)$$

Koristeći naponsku jednačinu jedne faze PRM-a (2.4), izvod fluksa po vremenu se može izraziti na sljedeći način:

$$\frac{d\psi}{dt} = u - R \cdot i. \quad (2.30)$$

Uzimajući u obzir da je fluks obuhvaćanju funkcija dvije promjenljive, tj.  $\psi = \psi(\theta, i)$ , tada se izvod fluksa po vremenu računa na sljedeći način:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \omega. \quad (2.31)$$

Kombinovanjem relacija (2.30) i (2.31) dolazi se do formule za računanje priraštaja struje:

$$di = \frac{u - Ri - \omega \frac{\partial \psi}{\partial \theta}}{\frac{\partial \psi}{\partial i}} dt. \quad (2.32)$$

Parcijalni izvodi  $\frac{\partial \psi}{\partial \theta}$  i  $\frac{\partial \psi}{\partial i}$  određuju se diferenciranjem relacije (2.29) po  $\theta$ , odnosno diferenciranjem relacije (2.27) po promjenljivoj  $i$ , čime se dobijaju sljedeće relacije:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial M}{\partial i} = \frac{L_{0p} i (1 + 0.5 f i^p)}{(1 + f i^p)^{\frac{1}{p} + 1}}, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial i} = \int_{\theta_u}^{\theta} \frac{\partial^2 M(\theta, i)}{\partial i^2} d\theta + L_u. \quad (2.34)$$

Nakon uvrštavanja relacija (2.33) i (2.34) u (2.32) dobija se konačna formula prema kojoj se računa priraštaj struje:



$$di = \frac{u - Ri - \omega L_{0p} i \frac{1 + 0.5 f i^p}{(1 + f i^p)^{\frac{1}{p+1}}}}{\int_{\theta_u}^{\theta} L_{0p} \frac{1 - 0.5(p-1) f i^p}{(1 + f i^p)^{\frac{1}{p+2}}} d\theta + L_u} dt. \quad (2.35)$$

Koristeći prethodnu formulu može se izračunati priraštaj struje  $\Delta i$  u toku kratkog vremenskog intervala  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Trenutna vrijednost struje se računa prema formuli (2.36):

$$i(t_2) = i(t_1) + \Delta i. \quad (2.36)$$

Kao što je napomenuto, ovaj model omogućava dobijanje ne samo izraza za moment u funkciji struje i pozicije rotora, već i invertovanog izraza koji definiše zavisnost struje od momenta i pozicije (relacija (2.37)). Invertovani izraz se može iskoristiti za definisanje referentne struje kako bi se razvio željeni moment, čime je ukazano na značaj inverzibilnosti funkcije momenta.

$$i(\theta, M) = \frac{2M}{L_{0p}} \left[ \frac{f}{2} + \sqrt{\frac{f^2}{4} + \left( \frac{L_{0p}}{2M} \right)^p} \right]^{\frac{1}{p}}. \quad (2.37)$$

Osnovne jednačine koje čine model su (2.25), (2.29), (2.35) i (2.36). U ovim jednačinama, parametar  $p$  i funkcije  $L_{0p}$  i  $f$  su nepoznate, pa će u nastavku biti pojašnjeno njihovo određivanje.

### **Određivanje parametra $p$ :**

Osnovni uslov koji parametar  $p$  mora ispuniti je taj da fluks obuhvatanja raste sa porastom struje, i to za bilo koju poziciju rotora i bilo koju vrijednost struje:

$$\frac{\partial \psi}{\partial i} > 0, \quad \forall (i > 0, \theta_u \leq \theta \leq \theta_{al}). \quad (2.38)$$

Iako parametar  $p$  može biti bilo koji realan broj, u radu u kojem je predložen model razmatraju se samo cjelobrojne vrijednosti. U radu [12] je pokazano da se najbolji rezultati za većinu motora dobijaju usvajanjem da je  $p = 3$ .

### **Određivanje funkcije $L_{0p}$ :**

Funkcija  $L_{0p}(\theta)$  se računa na osnovu sljedećeg analitičkog izraza:

$$L_{0p}(\theta) = k \cdot \frac{\left( \frac{x}{x_{bo}} \right)^n f_{shape}(x) + f_{rise}(x)}{1 + \left( \frac{x}{x_{bo}} \right)^n} \cdot f_{fall}(x), \quad (2.39)$$

pri čemu je  $k$  konstanta koja definiše maksimum funkcije  $L_{Op}$ ,  $x = (\theta - \theta_u) / (\theta_{al} - \theta_u)$  je normalizovana pozicija rotora,  $x_{bo}$  je normalizovana pozicija rotora koja odgovara početku preklapanja polova rotora i statora,  $f_{shape}(x)$ ,  $f_{rise}(x)$  i  $f_{fall}(x)$  su funkcije koje zavise od  $x$ , a  $n$  broj dovoljno veliki da zadovolji sljedeću jednakost:

$$\frac{\left(\frac{x}{x_{bo}}\right)^n}{1 + \left(\frac{x}{x_{bo}}\right)^n} \approx \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq x_{bo} \\ 1, & x_{bo} \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (2.40)$$

Funkcija  $f_{shape}(x)$  vrši oblikovanje  $L_{Op}$  u intervalu  $x_{bo} < x < 1$ . Maksimalna vrijednost ove funkcije iznosi 1 pri poziciji rotora  $x = x_1$  u kojoj funkcija  $L_{Op}$  ima maksimum. Shodno tome, za određivanje funkcije  $f_{shape}(x)$  koristi se sljedeća relacija:

$$f_{shape}(x) = 1 - k_{fall} \cdot (x - x_1)^2, \quad (2.41)$$

gdje je  $k_{fall}$  konstanta koja definiše nagib funkcije  $L_{Op}$  nakon pozicije  $x_1$ . Dobri rezultati se dobijaju usvajanjem da je  $x_1$  pozicija rotora kada je 20% pola statora preklopljeno polom rotora i da je vrijednost konstante  $k_{fall} = 0.5$  [referenca].

U intervalu  $0 < x < x_{bo}$  funkcija  $f_{rise}(x)$  dominantno utiče na oblik funkcije  $L_{Op}$ . S obzirom na to da je u ovom intervalu moment veoma mali, precizno određivanje ove funkcije nije od krucijalnog značaja. Ipak, za određivanje funkcije  $f_{rise}(x)$  predložena je sljedeća relacija:

$$f_{rise}(x) = k_{rise} \cdot \left(\frac{x}{x_{bo}}\right)^{3/2}, \quad (2.42)$$

gdje je  $k_{rise}$  parametar koji zavisi od geometrije motora i tipično uzima vrijednosti između 0.1 i 0.25.

Funkcija  $f_{fall}(x)$  treba da ima vrijednost 1 osim kada se rotor nađe u usaglašenoj poziciji – tada treba naglo da padne na 0. Uzimajući navedeno u obzir, za njeno određivanje koristi se sljedeća formula:

$$f_{fall}(x) = 1 - x^m, \quad (2.43)$$

pri čemu je  $m$  neki proizvoljan broj, dovoljno veliki da uslovi koje treba da zadovolji funkcija  $f_{fall}$  budu ispunjeni.

Posljednji parametar kojeg treba odrediti da bi funkcija  $L_{Op}$  bila u potpunosti definisana je  $k$ . Za određivanje parametra  $k$  koristi se sljedeća formula:

$$k = \frac{\mu_0 N^2 L_{st} r_1}{2\delta}, \quad (2.44)$$

gdje  $N$  označava broj navojaka po fazi motora,  $L_{st}$  aksijalnu dužinu statora,  $r_1$  unutrašnji poluprečnik statora, a  $\mu_0$  magnetsku permeabilnost vakuuma.

### **Određivanje funkcije $f$ :**

Jedan od načina za određivanje funkcije  $f$  je preko analitičkog izraza koji od ulaznih podataka zahtijeva samo podatke o geometriji motora. Prema tome, izraz za određivanje funkcije  $f$  je:

$$f = \frac{c_1}{1 + c(x - x_{bo})^2} + \frac{c_2}{1 + c(x - x_{eo})^2}, \quad (2.45)$$

gdje su  $c$ ,  $c_1$  i  $c_2$  konstante koje treba odrediti, a  $x_{eo}$  je normalizovana pozicija rotora koja odgovara početku potpunog preklapanja polova rotora i statora. Kada se rotor nađe u poziciji  $x = x_{eo}$  magnetsko kolo mašine ulazi u duboko zasićenje, pa fluks-struja karakteristika znatno odstupa od linearne kada struja dostigne vrijednost  $I_s$ :

$$I_s = \frac{2\delta B_s}{\mu_0 N}. \quad (2.46)$$

Da bi funkcija  $\partial T / \partial i$  definisana relacijom (2.33) imala maksimum za  $x = x_{eo}$  (odnosno da bi važiolo  $\partial^2 T / \partial i^2 = 0$  za  $x = x_{eo}$ ) neophodno je da struja zadovolji jednakost  $f(x = x_{eo})i^p = 2/(p-1)$ . Ako se pretpostavi da se maksimum postiže za struju  $i = I_s$  tada važi da je  $f(x = x_{eo})i^p \approx c_2 I_s^p = 2/(p-1)$ , odakle se dobija da konstanta  $c_2$  iznosi:

$$c_2 = \frac{2}{p-1} \left( \frac{\mu_0 N}{2\delta B_s} \right)^p. \quad (2.47)$$

U cilju određivanja preostale dvije konstante  $c$  i  $c_1$  polazi se od izraza za moment koji približno važi za regione zasićenja kada su polovi rotora i statora djelimično preklopljeni ( $x_{bo} < x < x_{eo}$ ) [12]:

$$M = B_{sat} r_1 L_{st} N i, \quad (2.48)$$

pri čemu je  $B_{sat}$  indukcija zasićenja koja tipično uzima vrijednosti između 1.5T i 1.65T. Kombinovanjem relacija (2.48) i (2.25) u regionu zasićenja ( $i \rightarrow \infty$ ) dolazi se do aproksimativnog izraza za funkciju  $f$  koji važi za region  $x_{bo} < x < x_{eo}$ :

$$f \approx \left( \frac{L_{0p}}{2B_{sat} r_1 L_{st} N} \right)^p. \quad (2.49)$$

Navedeni izraz se koristi za estimiranje vrijednosti funkcije  $f$  pri poziciji rotora  $x_c$  kada su polovi statora do pola preklopljeni, odnosno  $x_c = (x_{bo} + x_{eo})/2$ . Takođe, uvodi se aproksimacija da funkcija  $L_{0p}$  približno dostiže svoj maksimum upravo pri poziciji  $x_c$ , odnosno  $L_{0p}(x = x_c) \approx k$ . Kombinacijom relacija (2.49) i (2.44) dobija se:

$$f_c = f(x = x_c) = \left( \frac{\mu_0 N}{4\delta B_{sat}} \right)^p. \quad (2.50)$$

Definišući konstantu  $c_1 = k_{c1}^p f_c$  gdje je  $k_{c1}$  takođe konstanta, dobija se konačna formula za  $c_1$ :

$$c_1 = \left( \frac{k_{c1} \mu_0 N}{4\delta B_{sat}} \right)^p. \quad (2.51)$$

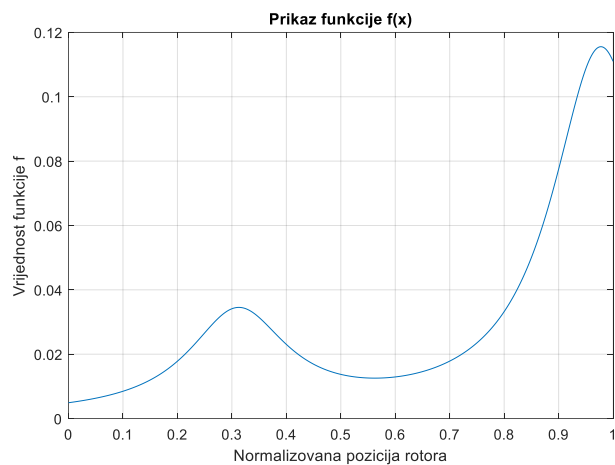
Posljednja konstanta  $c$  se dobija kada se uvrste (2.47), (2.50) i (2.51) u (2.45):

$$c = 4 \cdot \frac{\frac{c_1}{f_c} + \frac{c_2}{f_c} - 1}{(x_{eo} - x_{bo})^2} = 4 \cdot \frac{k_{c1}^p + \frac{2}{p-1} \cdot \left( 2 \cdot \frac{B_{sat}}{B_s} \right)^p - 1}{(x_{eo} - x_{bo})^2}. \quad (2.52)$$

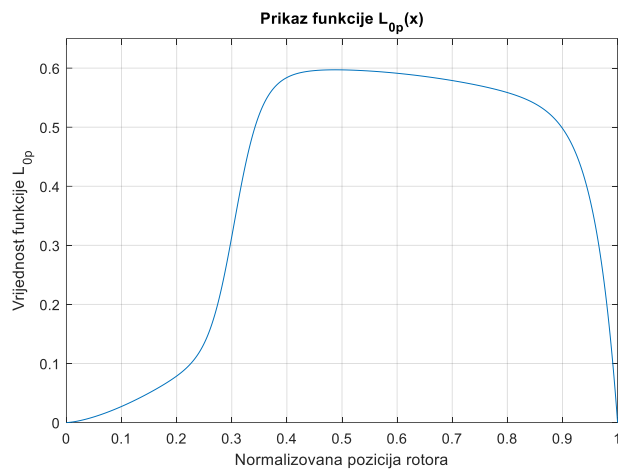
Prema relacijama (2.47), (2.51) i (2.52) određivanje konstanti  $c$ ,  $c_1$  i  $c_2$  se u suštini svodi na određivanje parametara  $k_{c1}$ ,  $B_s$  i  $B_{sat}$ . Za većinu motora se pokazuje da se usvajanjem vrijednosti  $k_{c1}$  između 1 i 1.3 dobijaju zadovoljavajući rezultati. Dodatno, da bi se smanjio broj parametara modela usvaja se da je  $B_s = B_{sat}$ . Konačno, u cilju dobijanja što boljih rezultata u regionu  $0 < x < x_{bo}$  vrši se korekcija funkcije  $f$ . Korigovana funkcija se označava sa  $f_1$  i računa prema sljedećoj formuli:

$$f_1 = f \cdot \frac{\left( \frac{x}{x_{bo}} \right)^n}{1 + \left( \frac{x}{x_{bo}} \right)^n}. \quad (2.53)$$

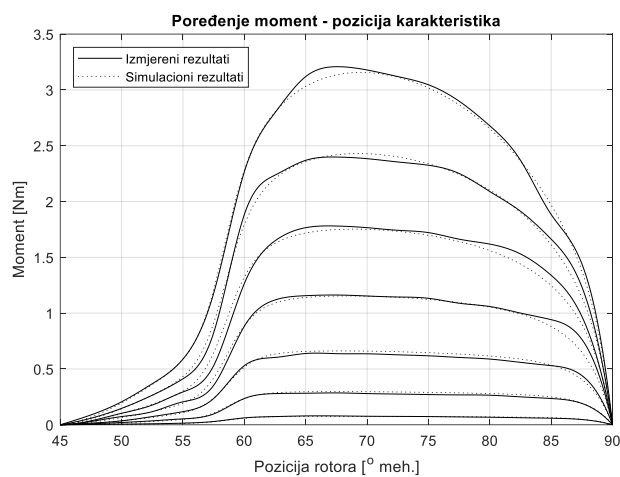
Za modelovanje konkretnog motora, koji će biti analiziran u nastavku ovog rada, u [12] korišćene su sljedeće vrijednosti parametara:  $n=13$ ,  $m=25$ ,  $B_{sat}=1.5$ ,  $k_{c1}=1.3$ ,  $k_{rise}=0.25$ ,  $k_{fall}=0.5$ ,  $\theta_{bo}=59$  °meh i  $\theta_{eo}=89$  °meh. Za tako usvojene parametre modela, izgled funkcija  $f(x)$  i  $L_{op}(x)$  prikazan je na slikama 2.10 i 2.11, respektivno. Dodatno, moment-pozicija i fluks-struja karakteristike utvrđene su simulacionim putem korišćenjem opisanog modela i upoređene sa odgovarajućim eksperimentalno dobijenim karakteiristikama, kao što je prikazano na slikama 2.12 i 2.13.



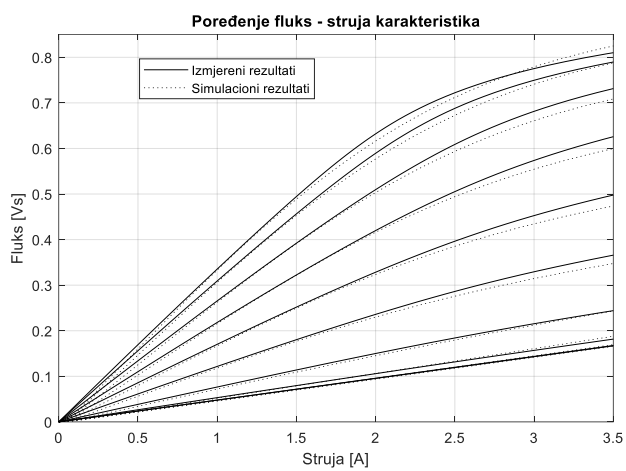
Slika 2.10 Prikaz funkcije



Slika 2.11 Prikaz funkcije  $L_{op}(x)$



Slika 2.12 Poređenje moment-pozicija karakteristika



Slika 2.13 Poređenje fluks-struja karakteristika

Zbog minimalnog broja ulaznih podataka i jednostavne računarske implementacije, u radu će biti korišćen opisani model PRM-a koji je zasnovan na inverzibilnoj funkciji momenta.

### 3. METAHEURISTIČKI ALGORITMI

Treće poglavlje ovog rada prvenstveno prikazuje uopšteni problem optimizacije, uz pregled i podjelu optimizacionih metoda. Posebna pažnja se posvećuje grupi optimizacionih metoda koje se koriste u radu – metaheurističkim algoritmima. Najprije su izloženi osnovni koncepti ovih algoritama, prikazani su glavni problemi prilikom njihovog dizajna i date su podjele prema različitim kriterijumima. U cilju rješavanja problema optimizacije, u radu se koriste tri metaheuristička algoritma: PSO (*Particle Swarm Optimization*), GWO (*Grey Wolf Optimizer*) i DE (*Differential Evolution*). Radi boljeg razumijevanja, detaljno su prikazani osnovni koncepti na kojima se baziraju korišćeni algoritmi, kao i matematičke relacije pomoću kojih se oni implementiraju.

#### 3.1 Optimizacione metode

Optimizacioni problem se definiše kao uređeni par  $(S, f)$ , gdje  $S$  predstavlja set/skup mogućih rješenja, a  $f : S \rightarrow \mathbb{R}$  je funkcija cilja (kriterijumska funkcija) koja se minimizuje (ili maksimizuje, zavisno od postavke konkretnog optimizacionog problema). Svakom rješenju  $s \in S$  iz skupa mogućih rješenja se pridružuje vrijednost funkcije cilja, koja ukazuje na „kvalitet“ rješenja. Kriterijumska funkcija omogućava međusobno poređenje rješenja [45, 46].

Za rješenje  $s^* \in S$  se kaže da je globalno optimalno rješenje (ili globalni optimum) ukoliko ono ima manju vrijednost funkcije cilja (ili veću ukoliko se radi o problemu maksimizacije) od svih ostalih rješenja iz skupa mogućih rješenja, odnosno ako važi:  $\forall s \in S, f(s^*) \leq f(s)$  [45, 46].

Optimizacioni problem se matematički može zapisati na sljedeći način:

$$\min/\max f(\mathbf{x}), \quad (3.1)$$

pod sljedećim ograničenjima:

$$g(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (3.2)$$

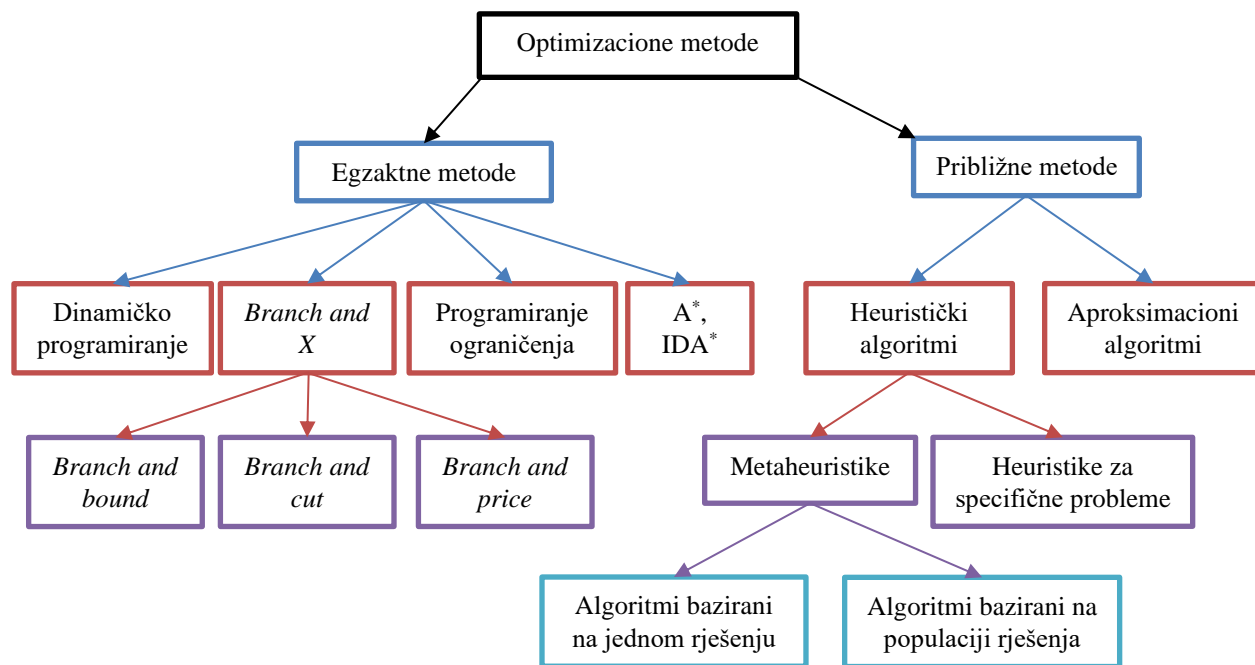
$$h(\mathbf{x}) = 0, \quad (3.3)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U. \quad (3.4)$$

U prethodnim formulama,  $\mathbf{x}=[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]$  predstavlja vektor promjenljivih koje se optimizuju,  $f$  je kriterijumska funkcija, a  $g$  i  $h$  su ograničenja tipa nejednakosti i jednakosti, respektivno. Donja granica za promjenljivu  $x_i$  označava se sa  $x_i^L$ , dok je gornja granica za odgovarajuću promjenljivu označena sa  $x_i^U$  [45].

Optimizacione metode predstavljaju alat pomoću kojeg se rješavaju optimizacioni problemi. Generalna podjela optimizacionih metoda je na egzaktne i približne. Egzaktne metode daju kao

rezultat optimalno rješenje problema, dok približne metode ne garantuju da će kao rezultat dati optimalno rješenje. Međutim, rješenje koje daju približne metode je dovoljno „kvalitetno“ i u praksi prihvatljivo jer se nalazi blizu globalnog optimuma. Kompletna podjela optimizacionih metoda prikazana je na slici 3.1 [46].



Slika 3.1 Podjela optimizacionih metoda

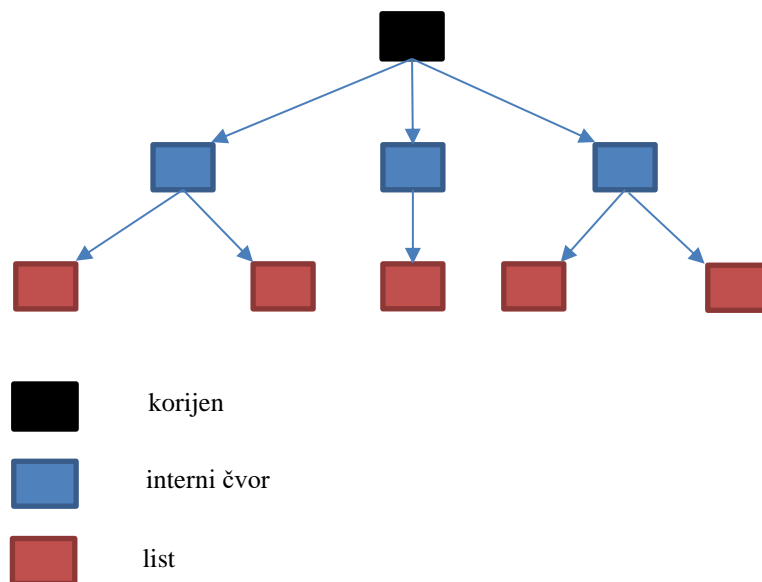
### 3.1.1 Egzaktne metode

Klasi egzaktnih algoritama pripadaju sljedeći algoritmi: dinamičko programiranje (*dynamic programming*), *branch and X* familija algoritama (*branch and bound*, *branch and cut* i *branch and price*), programiranje ograničenja (*constraint programming*) i  $A^*$  familija algoritama ( $A^*$  i  $IDA^*$ ) [46].

Dinamičko programiranje spada u algoritme pretrage stabla i bazira se na rekurzivnoj podjeli početnog problema na jednostavnije potprobleme. Drugim riječima, ovaj algoritam koristi tzv. „podijeli pa vladaj“ (*divide and conquer*) strategiju – podjelom glavnog problema na manje potprobleme i optimizacijom individualnih potproblema dolazi se do konačnog globalnog optimalnog rješenja.

*Branch and bound* i  $A^*$  algoritam zasnivaju se na implicitnoj numeraciji svih mogućih rješenja razmatranog problema. Pretraga skupa rješenja vrši se tako što se formira stablo čiji korijen predstavlja početni problem. Interni čvorovi modeluju potprobleme zadatog problema, dok čvorovi koji odgovaraju listovima stabla modeluju potencijalna rješenja. Grafički prikaz jednog

stabla dat je na slici 3.2. Pomenuti algoritmi takođe sadrže i funkciju ograničenja (*bounding function*) koja se koristi za „odsijecanje“ dijelova stabla koji ne sadrže optimalno rješenje.



Slika 3.2 Grafički prikaz stabla

*Branch and cut* algoritam u svojoj osnovi ima *branch and bound* algoritam koji kao funkciju ograničenja ima linearnu funkciju. Odsijecanje podstabala koji ne sadrže optimalno rješenje vrši se pomoću tzv. odsijecajućih ravni (*cutting planes*) koji ustvari predstavljaju ograničenja linearnog tipa. Sličan prethodno opisanom je i *branch and price* algoritam, koji se takođe koristi za probleme sa ogromnim brojem varijabli. Ovaj algoritam predstavlja kombinaciju *branch and bound* algoritma i *column generation* algoritma, pomoću kojeg se vrši eliminacija čvorova koji ne odgovaraju optimalnom rješenju. IDA\* (*iterative deepening A\**) algoritam koristi se za pronalazak najmanje putanje između dva čvora stabla i predstavlja unaprijeđenje A\* algoritma na način što zahtijeva manje memorijskog prostora.

Programiranje ograničenja (*constraint programming*) takođe pripada algoritmima pretrage stabla. Problemi se modeluju setom varijabli koje su međusobno povezane setom ograničenja. Pomenuta ograničenja mogu imati matematičku ili simboličku formu.

### 3.1.2 Približne metode

Kod klase približnih metoda razlikuju se dvije potklase algoritama: aproksimacioni algoritmi i heuristički algoritmi [46].

Aproksimacioni algoritmi garantuju da će dobijeno rješenje biti u određenim granicama oko globalnog optimalnog rješenja. Ovi algoritmi su zavisni od problema, tj. dizajnirani su za tačno određene probleme, čime je njihova primjena znatno ograničena. Performanse aproksimacionih



algoritama definišu dva parametra – relativna garancija performanse i apsolutna garancija performanse:

- Algoritam ima aproksimacioni faktor  $\epsilon$  ako kao rezultat daje rješenje  $a$  za koje važi:

$$\begin{aligned} a &\leq \epsilon \cdot s^*, \quad \epsilon > 1 \\ \epsilon \cdot s^* &\leq a, \quad \epsilon < 1, \end{aligned} \tag{3.5}$$

gdje je  $s^*$  globalni optimum, a aproksimacioni faktor  $\epsilon$  definiše relativnu performansu garancije.

- Za algoritam se kaže da ima apsolutnu performansu garancije  $\epsilon$  ako važi sljedeće:

$$(s^* - \epsilon) \leq a \leq (s^* + \epsilon). \tag{3.6}$$

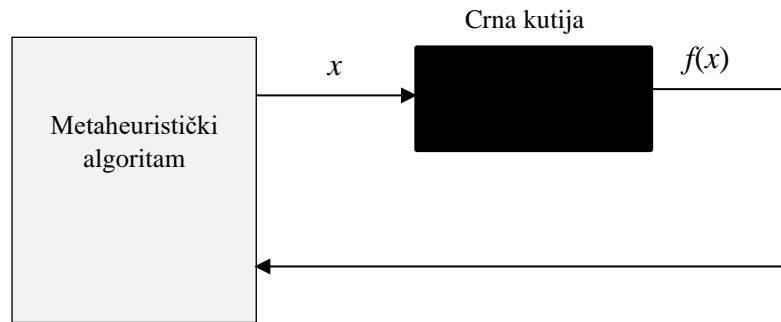
Za razliku od aproksimacionih algoritama, heuristički algoritmi ne daju nikakvu garanciju da će pronaći rješenje koje je u određenoj okolini globalnog optimalnog rješenja. Međutim, u praksi se pokazuje da, čak i za izrazito teške probleme, heuristički algoritmi pronalaze rješenja zadovoljavajućeg kvaliteta, i to u razumnom vremenskom intervalu. Ovi algoritmi se mogu podijeliti u dvije podgrupe: heuristike za specifične probleme i metaheuristike. Heuristike za specifične probleme su dizajnirane za rješavanje konkretnih optimizacionih problema. Za razliku od njih, metaheuristički algoritmi su algoritmi opšte namjene koji se mogu primijeniti za rješavanje bilo kog optimizacionog problema.

### 3.2 Pregled i podjela metaheurističkih algoritama

Uprkos tome što ne postoje garancije da će metaheuristički algoritmi naći optimalno rješenje, niti rješenje koje je u neposrednoj okolini optimalnog, u zadnjih 20 godina oni dobijaju sve veću i veću popularnost. Glavni razlog za to je što praktična primjena dokazuje njihovu efikasnost, odnosno potvrđuje činjenicu da oni daju rješenje koje je veoma blizu optimalnog, čak i za neke izuzetno teške probleme. Pri tome je vrijeme potrebno za optimizaciju znatno kraće u poređenju sa nekim drugim algoritmima. Preciznije, metaheuristički algoritmi se koriste u sljedećim situacijama [46]:

- Za rješavanje „lakih“ problema, pri čemu postoji veoma veliki broj ulaznih podataka.
- Kada se rješavaju jednostavniji problemi, pri čemu su ograničenja data u realnom vremenu („*online*“). U ovim slučajevima, potrebno je vršiti optimizaciju u realnom vremenu, a to dalje znači da je potrebno u najkraćem mogućem vremenskom intervalu odrediti optimalno rješenje. Iako postoje tačne metode za rješavanje ovakvih problema, primjenjuju se metaheuristički algoritmi jer je njihovo vrijeme izvršavanja znatno manje.
- Za rješavanje izuzetno teških problema.
- Prilikom rješavanja problema kod kojih su funkcija cilja i/ili ograničenja računski zahtjevna, kao i kada ciljnu funkciju nije moguće analitički formulisati. Ukoliko nije

moгуće problem predstaviti analitički, tada se za funkciju cilja koristi scenario crne kutije (slika 3.3)



**Slika 3.3** Scenario crne kutije za funkciju cilja

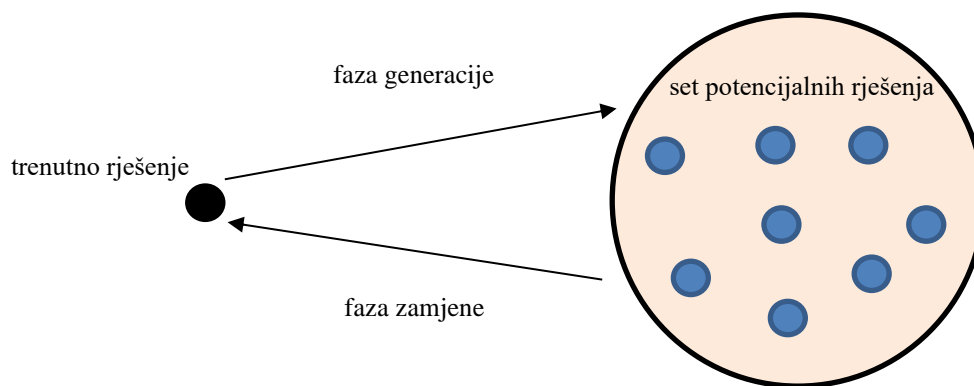
Prilikom dizajniranja metaheurističkih algoritama, treba voditi računa o tri osnovna koncepta:

- Predstavljanje rješenja je fundamentalna stvar prilikom razvoja metaheurističkih algoritama. Efikasnost i efektivnost samog algoritma umnogome zavise od načina na koji će rješenja biti reprezentovana. Prilikom samog izbora načina predstavljanja rješenja treba imati u vidu kako algoritam pretražuje skup mogućih rješenja. Neki od često korišćenih načina reprezentacije rješenja su: binarna reprezentacija (rješenje je vektor čiji su elementi 0 ili 1), vektor diskretnih vrijednosti, vektor realnih brojeva, itd.
- Izbor funkcije cilja je takođe veoma važan element prilikom dizajna metaheurističkih algoritama. Ona usmjerava proces pretrage skupa mogućih rješenja ka optimalnom rješenju. Funkcija cilja je usko povezana sa ciljem koji treba da zadovolje optimalna rješenja optimizacionog problema.
- Još jedan važan koncept vezan za dizajniranje metaheurističkih algoritama je rukovanje ograničenjima (constraint handling). Mnogi optimizacioni problemi su ograničeni, kako kontinualni tako i diskretni, pri čemu rukovanje tim ograničenjima nije trivijalan zadatak. Ograničenja mogu biti različitih tipova: linearna ili nelinearna, zatim ograničenja tipa jednakosti ili nejednakosti. Strategije za rukovanje ograničenjima uglavnom djeluju na sama rješenja ili na funkciju cilja. Neke od najpoznatijih klasa strategija su: strategije odbijanja, strategije kažnjavanja, strategije popravljjanja, strategije dekodiranja, itd.

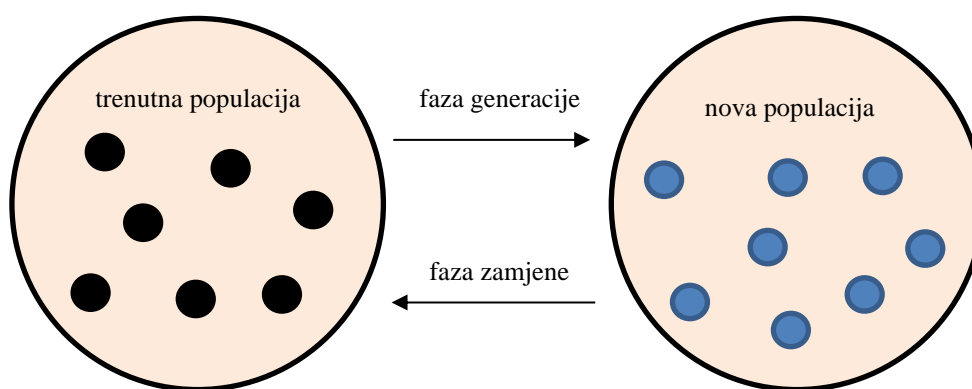
Metaheuristički algoritmi se mogu klasifikovati prema većem broju kriterijuma:

- **Algoritmi koji su inspirisani prirodnim pojavama i oni koji nisu inspirisani prirodnim pojavama:** Mnogi metaheuristički algoritmi su zasnovani na prirodnim pojavama: evolucionim algoritmi i vještački imuni sistemi su nastali na osnovu bioloških procesa, dok je algoritam simuliranog kaljenja (*simulated annealing*) nastao na osnovu fizičkog procesa. Takođe, postoje brojni algoritmi koji imaju osnovu u socijalnim naukama-algoritmi koji implementiraju socijalno ponašanje grupe životinja (mrava, pčela, vukova, itd.).

- **Algoritmi koji koriste memoriju i algoritmi koji ne koriste memoriju:** Neki metaheuristički algoritmi koriste memoriju, odnosno koriste informacije dobijene iz prethodnih iteracija. Jedan od predstavnika ove grupe je algoritam tabu pretrage (*tabu search*). Nasuprot njima, postoje i algoritmi koji ne koriste podatke iz prethodnih iteracija, kao što su lokalna pretraga (*local search*) i GRASP.
- **Deterministički i stohastički algoritmi:** Deterministički algoritmi (lokalna pretraga, tabu pretraga, itd.) rješavaju problem optimizacije donošenjem determinističkih odluka-to znači da se, polazeći od jednog početnog rješenja, uvijek dolazi do istog konačnog rješenja. Za razliku od njih, stohastički algoritmi tokom pretrage primjenjuju određena nasumična pravila. To znači da se dobijaju različita konačna rješenja iako se polazi od istog početnog rješenja. Evolucioni algoritmi i algoritam simuliranog kaljenja su neki od primjera stohastičkih algoritama.
- **Iterativni i pohlepni:** Rješenje problema optimizacije se sastoji od većeg broja parametara, odnosno varijabli. Iterativni algoritmi startuju sa kompletnim rješenjem (ili populacijom rješenja) i u svakoj iteraciji vrše transformaciju tog rješenja pomoću operatora pretrage. Za razliku od iterativnih, pohlepni algoritmi startuju sa praznim rješenjem i u svakom koraku se dodaje varijabla dok se ne dobije kompletno rješenje. Većina algoritama pripada grupi iterativnih algoritama.
- **Algoritmi bazirani na jednom rješenju i algoritmi bazirani na populaciji rješenja:** Metaheuristički algoritmi bazirani na jednom rješenju (S-metaheuristike) tokom iterativnog procesa vrše transformaciju samo jednog rješenja. Preciznije, iterativni proces transformacije rješenja sastoji se iz faze generacije i faze zamjene. U fazi generacije, na osnovu trenutnog rješenja  $s$  generiše se set potencijalnih rješenja  $C(s)$ . Nakon toga, u fazi zamjene, vrši se selekcija iz seta  $C(s)$  u cilju zamjene trenutnog rješenja-odabrano rješenje  $s' \in C(s)$  se usvaja kao novo rješenje. Ovakav proces se ponavlja sve dok se ne zadovolji određeni kriterijum ili ne dostigne zadati broj iteracija. Algoritmi lokalne pretrage, tabu pretrage i simuliranog kaljenja pripadaju ovoj grupi algoritama. Na slici 3.4 (a) dat je šematski prikaz opisanog postupka transformacije rješenja. Za razliku od prethodno prikazanih, algoritmi bazirani na populaciji rješenja ili P-metaheuristike sprovode iterativno poboljšanje populacije rješenja. Naime, P-metaheuristike startuju sa inicijalnom populacijom rješenja, a nakon toga iterativno primjenjuju proces generacije nove populacije i zamjene trenutne populacije. U fazi generacije vrši se kreiranje nove populacije rješenja, dok se u fazi zamjene vrši selekcija između trenutne i nove populacije. Proces selekcije preciznije znači da se samo neka rješenja iz trenutne populacije mijenjaju rješenjima iz nove populacije. Opisani proces se ponavlja dok se ne zadovolji određeni kriterijum ili dostigne zadati broj iteracija. Šematski prikaz transformacije populacije rješenja kod P-metaheuristika dat je na slici 3.4 (b). Predstavnici ove grupe algoritama su evolucioni algoritmi, svi algoritmi rojeva, itd.



(a)



(b)

Slika 3.4 Transformacija rješenja kod: (a) S – metaheuristika (b) P – metaheuristika

### 3.3 Opis algoritama korišćenih u radu

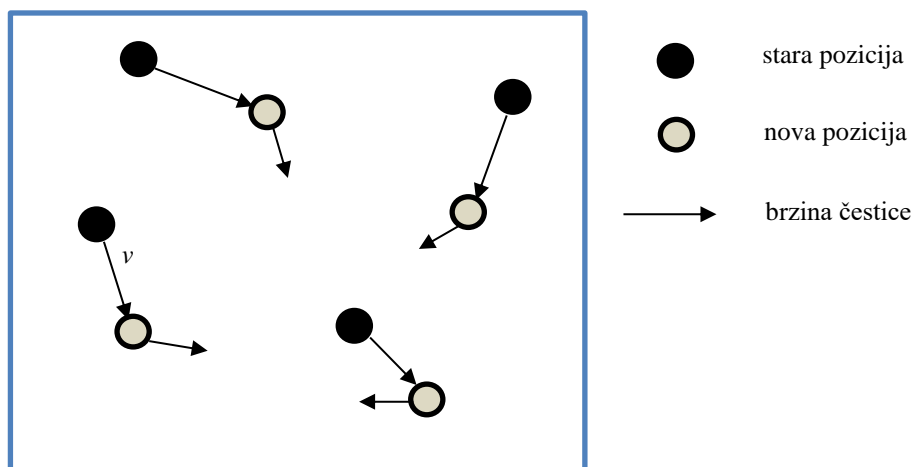
Shodno prethodno navedenim kriterijumima podjele metaheurističkih algoritama, sva tri algoritma koja se koriste u ovom radu pripadaju grupi iterativnih algoritama koji koriste memoriju i koji su inspirisani prirodnim pojavama. Preciznije, DE algoritam pripada evolucionim algoritmima, što znači da se bazira na znanjima iz biologije. PSO i GWO algoritam pripadaju algoritmima rojeva jer su koncipirani po ugledu na socijalno ponašanje životinja (imaju korijene u socijalnim naukama). S obzirom na to da sva tri algoritma tokom iteracija vrše transformaciju populacije rješenja, zaključuje se da pripadaju grupi metaheurističkih algoritama koji se baziraju na populaciji rješenja. Takođe, svi navedeni algoritmi su stohastičke prirode.

### 3.3.1 PSO algoritam

PSO algoritam (u prevodu algoritam rojeva čestica) se zasniva na socijalnom ponašanju grupe životinja u prirodi (jato ptica, jato riba, itd.) koje traže mjesto gdje se nalazi hrana. Suštinski, u ovim rojevima odnosno grupama, kretanje jedinki (čestice) je lokalnog karaktera, tj. kretanje se odvija bez centralne kontrole [13], [14].

Prema osnovnom modelu, roj se sastoji iz  $N$  čestica koje se kreću u  $D$ -dimenzionalnom prostoru koji predstavlja skup mogućih rješenja. Za konkretni optimizacioni problem,  $D$  predstavlja dimenziju rješenja, odnosno broj parametara od koji se sastoji rješenje. Svaka čestica je potencijalni kandidat za rješenje problema. Preciznije rečeno, vektor pozicije svake čestice  $x_i$  je potencijalno rješenje. Osim pozicije, svaka čestica ima svoju brzinu koja određuje pravac kretanja i veličinu koraka kojim se čestica kreće (slika 3.5). Ažuriranje pozicije  $i$ -te čestice prema globalnom optimalnom rješenju vrši se pomoću dva faktora:

- prvi faktor je najbolja pozicije  $i$ -te čestice, koja se označava sa  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ ,
- drugi faktor je najbolja pozicija svih čestica u roju  $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ .



Slika 3.5 Prikaz kretanja čestica u roju

Dakle, svakoj čestici u roju se pridružuju tri vektora:

- vektor pozicije  $x_i$  koji predstavlja trenutnu lokaciju  $i$ -te čestice,
- vektor brzine  $v_i$  koji određuje pravac kretanje  $i$ -te čestice,
- vektor  $p_i$  koji sadrži najbolju poziciju  $i$ -te čestice.

Kretanje čestica u roju se odvija istovremeno, pri čemu se ažuriranje pozicije i brzine svake čestice vrši prema istim pravilima. U svakoj iteraciji primjenjuju se sljedeći koraci:

- Ažuriranje brzine se vrši prema sljedećoj formuli:

$$v_i(t) = w \cdot v_i(t-1) + r_1 C_1 \cdot (p_i - x_i(t-1)) + r_2 C_2 \cdot (p_g - x_i(t-1)), \quad (3.7)$$

gdje je  $t$  oznaka za trenutnu iteraciju, a  $r_1$  i  $r_2$  su nasumični brojevi iz opsega  $[0, 1]$ . Kao što se vidi, izraz (3.7) sastoji se iz 3 komponente:

- Prva komponenta  $w \cdot v_i(t-1)$  naziva se inercijalna komponenta i modeluje tendenciju čestice da nastavi kretanje u prethodnom pravcu. Inercioni težinski koeficijent  $w$  kontrolise uticaj prethodne brzine na trenutnu brzinu. Za slučaj velike vrijednosti ovog koeficijenta, uticaj prethodne brzine na trenutnu je izuzetno veliki. Stoga se može reći da ovaj koeficijent predstavlja kompromis između globalne i lokalne eksploatacije. Preciznije rečeno, usvajanjem velike vrijednosti za koeficijent  $w$  podstiče se globalna eksploatacija, tj. stavlja se akcenat na diverzifikaciji ili pretraži kompletnog skupa mogućih rješenja. Nasuprot tome, manje vrijednosti inercionog koeficijenta dovode do intenzifikacije, odnosno pretrage samo uskog regiona oko trenutne pozicije čestice (lokalna eksploatacija). Ukoliko se sa  $t_{\max}$  označi maksimalan broj iteracija, a sa  $w_{\max}$  i  $w_{\min}$  maksimalna i minimalna vrijednost koeficijenta  $w$ , onda se pomenuti koeficijent računa prema sljedećoj formuli:

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min}) \frac{t}{t_{\max}}. \quad (3.8)$$

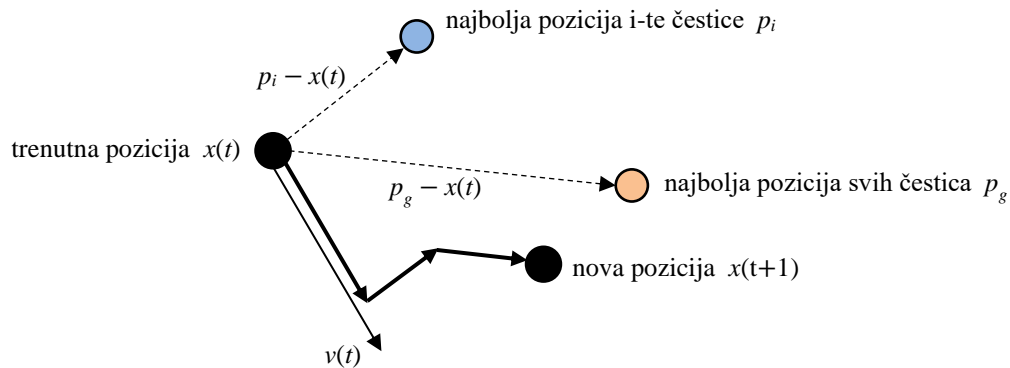
- Druga komponenta  $r_1 C_1 \cdot (p_i - x_i(t-1))$  predstavlja linearno približavanje najboljoj poziciji  $i$ -te čestice  $p_i$ . Parametar  $C_1$  naziva se kognitivni faktor učenja i daje vezu između čestice i njene sopstvene najbolje pozicije.
  - Treća komponenta  $r_2 C_2 \cdot (p_g - x_i(t-1))$  predstavlja linearno približavanje najboljoj poziciji svih čestica  $p_g$ , a parametar  $C_2$  se naziva socijalni faktor učenja i daje vezu između čestice i najbolje pozicije svih ostalih čestica u roju.
- Ažuriranje pozicije vrši se prema sljedećoj formuli:

$$x(t) = x(t-1) + v(t). \quad (3.9)$$

- Na kraju svake iteracije, neophodno je provjeriti pomoću funkcije cilja  $f$  da li je potrebno ažurirati promjenljive  $p_i$  i  $p_g$ . Ukoliko se sa  $pbest_i$  označi vrijednost funkcije cilja za najbolju poziciju  $i$ -te čestice  $p_i$ , a sa  $gbest$  označi vrijednost funkcije cilja za najbolju poziciju svih čestica  $p_g$ , onda se ažuriranje vrši na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \text{ako je } f(x_i) < pbest_i, \text{ onda je } p_i &= x_i, \\ \text{ako je } f(x_i) < gbest, \text{ onda je } p_g &= x_i. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Prethodno opisani postupak ažuriranja pozicije i brzine prikazan je grafički na slici 3.6.



Slika 3.6 Grafički prikaz ažuriranja pozicije i brzine

Iterativna procedura PSO algoritma može se prikazati i pomoću pseudokoda koji je dat u nastavku:

---

#### Pseudokod za PSO algoritam

---

Nasumična inicijalizacija roja čestica;

**while**

    Naći funkcije cilja  $f(x_i)$  za svaku česticu;

**for**  $i = 1:N$

        Ažurirati brzinu:  $v_i(t) = w \cdot v_i(t-1) + r_1 C_1 \cdot (p_i - x_i(t-1)) + r_2 C_2 \cdot (p_g - x_i(t-1))$ ;

        Ažurirati poziciju:  $x(t) = x(t-1) + v(t)$ ;

**if**  $f(x_i) < f(p_i) \Rightarrow p_i = x_i$ ;

**if**  $f(x_i) < f(p_g) \Rightarrow p_g = x_i$ ;

**end for**

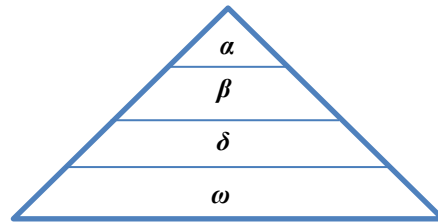
**end while** (zaustavni kriterijum za while petlju je dostizanje zadatog broja iteracija)

---

### 3.3.2 GWO algoritam

GWO algoritam je nastao po uzoru na socijalno ponašanje sivih vukova, koji se smatraju predatorima i koji se nalaze na samom vrhu lanca ishrane. Sivi vukovi žive u čoporima koji su striktno hijerarhijski organizovani. Lider čopora se naziva alfa ( $\alpha$ ) vuk ili dominantni vuk, jer njegova naređenja utiču na ponašanje čopora. Alfa vuk je najodgovorniji za donošenje bitnih odluka za čopor. Ipak, primjećuje se postojanje određenog demokratskog ponašanja u čoporu, što se manifestuje postojanjem dodatnih nivoa hijerarhije. Naime, drugi nivo u hijerarhiji čopora čine beta ( $\beta$ ) vukovi, koji su podređeni samo alfa vuku i koji su najbolji kandidat za vođu čopora u slučaju smrti alfa vuka. Sljedeći nivo je rezervisan za delta ( $\delta$ ) vukove, koji su podređeni alfa i

beta vukovima, ali su nadređeni svima ostalima. Konačno, najniži stepenik hijerarhijske ljestvice čine omega ( $\omega$ ) vukovi, kojima pripadaju svi ostali vukovi (koji nisu alfa, beta ili delta). Opisana organizacija čopora sivih vukova prikazana je na slici 3.7 [15], [16].



**Slika 3.7** Grafički prikaz hijerarhijske strukture čopora sivih vukova

Osim hijerarhijske organizacije čopora, još jedan interesantan socijalni aspekt sivih vukova je grupni lov. Moguće je definisati tri glavne faze prilikom grupnog lova:

- 1) praćenje i približavanje plijenu,
- 2) gonjenje i okruživanje plijena i
- 3) napad na plijen.

U cilju matematičkog modelovanja socijalne hijerarhije vukova prilikom dizajniranja GWO algoritma, najbolje rješenje se poistovjećuje sa pozicijom alfa vuka. Stoga, pozicije beta i delta vukova predstavljaju najbolja rješenja nakon alfa vuka, dok su sva ostala rješenja ustvari pozicije omega vukova. Proces optimizacije pomoću GWO algoritma je vođen od strane alfa, beta i delta vukova, dok svi ostali vukovi iz čopora (omega vukovi) prate ova tri vuka.

Kao što je već pomenuto, tokom lova vukovi okružuju svoj plijen. Sljedeće relacije modeluju proces okruživanja plijena:

$$D = |C \cdot x_p(t) - x(t)|, \quad (3.11)$$

$$x(t+1) = x_p(t) - A \cdot D, \quad (3.12)$$

pri čemu  $t$  predstavlja tekuću iteraciju,  $D$  je pomoćni vektor koji se računa prema formuli (3.11),  $A$  i  $C$  su vektori koeficijenata,  $x_p$  je vektor pozicije plijena, a  $x$  je vektor pozicije sivog vuka. Vektori  $A$  i  $C$  se računaju shodno sljedećim relacijama:

$$A = 2a \cdot r_1 - a, \quad (3.13)$$

$$C = 2 \cdot r_2, \quad (3.14)$$

pri čemu su  $r_1$  i  $r_2$  vektori nasumičnih brojeva iz opsega  $[0, 1]$ , dok je  $a$  vektor čiji elementi tokom iteracija linearno opadaju sa 2 na 0.

Sivi vukovi imaju sposobnost da prepoznaju lokaciju plijena i okruže ga. Alfa vuk obično vodi lov, a beta i delta vukovi ponekad učestvuju u procesu lova. Međutim, za konkretan



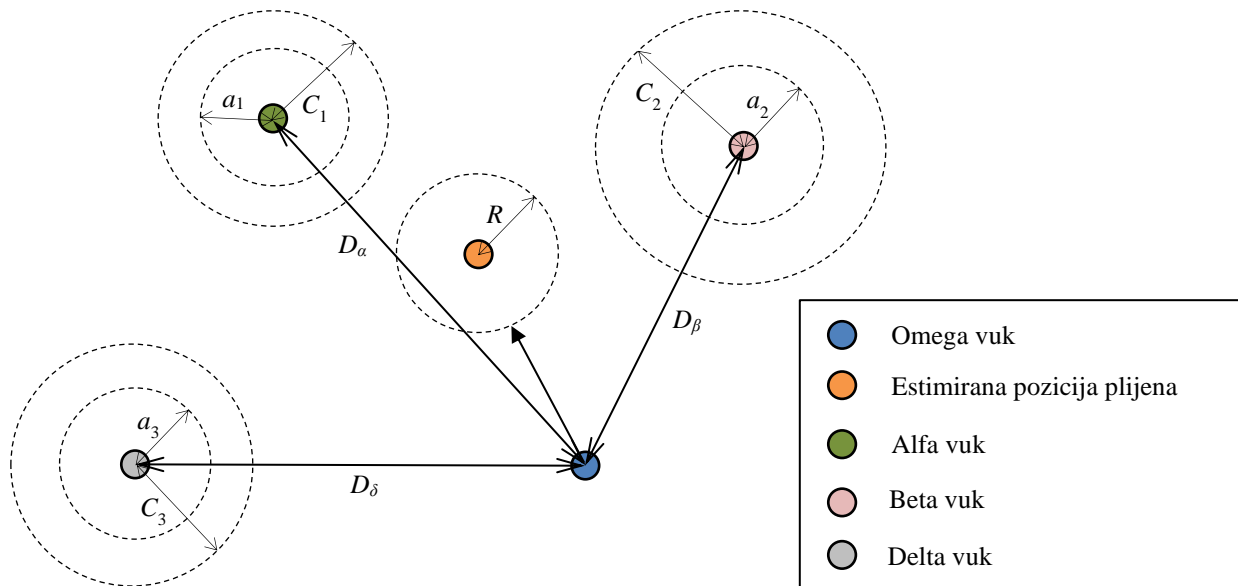
optimizacioni problem, lokacija plijena (globalnog optimalnog rješenja) nije poznata. Stoga, da bi se matematički modelovao lov vukova, pretpostavlja se da alfa, beta i delta vukovi imaju bolje znanje o potencijalnoj lokaciji plijena. Uzimajući u obzir navedeno, ovaj algoritam pamti tri najbolje pozicije (alfa, beta i delta pozicije) i primorava ostale vukove da se kreću prema najboljim pozicijama. Sljedeće matematičke formule modeluju opisani postupak lova:

$$D_\alpha = |C_1 \cdot x_\alpha - x|, D_\beta = |C_2 \cdot x_\beta - x|, D_\delta = |C_3 \cdot x_\delta - x|, \quad (3.15)$$

$$x_1 = x_\alpha - A_1 \cdot D_\alpha, x_2 = x_\beta - A_2 \cdot D_\beta, x_3 = x_\delta - A_3 \cdot D_\delta. \quad (3.16)$$

$$x(t+1) = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}. \quad (3.17)$$

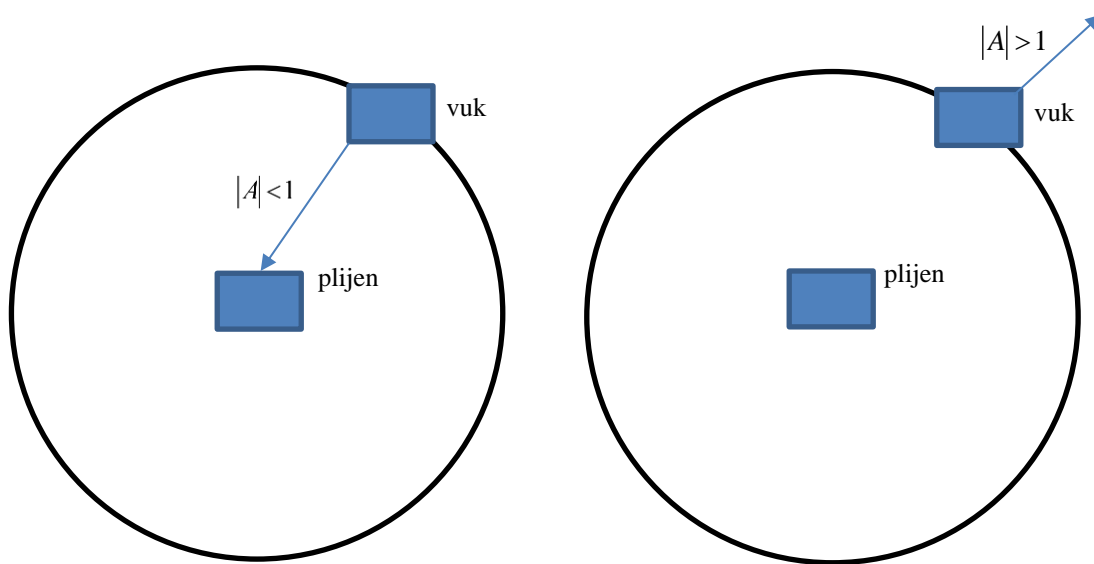
Slika 3.8 prikazuje kretanje ostalih vukova u čoporu koji slijede tri glavne grupe vukova. Jasno se vidi da će krajnja pozicija biti unutar kruga koji je definisan pozicijama alfa, beta i delta vuka. Drugim riječima, alfa, beta i delta vukovi vrše estimaciju lokacije plijena, a ostali vukovi nasumično ažuriraju svoje pozicije oko estimirane pozicije plijena.



**Slika 3.8** Ažuriranje pozicija vukova

Kako bi se modelovalo približavanje plijenu vrši se linearno smanjenje elemenata vektora  $a$ , što znači da se opseg promjene elemenata vektora  $A$  smanjuje. Preciznije rečeno, na osnovu jednačine (3.13) zaključuje se da elementi vektora  $A$  uzimaju vrijednosti iz opsega  $[-a, a]$ , pri čemu se  $a$  tokom iteracija smanjuje sa vrijednosti 2 na vrijednost 0. Kada se elementi vektora  $A$  kreću u opsegu  $[-1, 1]$ , naredna pozicija vuka će biti između njegove trenutne pozicije i pozicije plijena. Dakle, kada je zadovoljeno  $|A| < 1$ , vukovi su primorani da napadnu plijen. Konkretno, sa aspekta optimizacije nekog problema ovo dovodi do mogućnosti tzv. „zaglavlivanja“ u lokalnom optimumu, odnosno pronalaženja lokalnog optimalnog rješenja koje nije globalni optimum.

U fazi pretrage za plijenom kretanje vukova je divergentno, dok je prilikom napada na plijen njihovo kretanje konvergentno (svi vukovi se kreću ka plijenu). Osim konvergentnog kretanja (napada) ka plijenu, neophodno je adekvatno modelovati i divergentno kretanje, tj. potragu za plijenom. Konkretno rečeno, kada elementi vektora  $A$  imaju vrijednosti veće od 1 ili manje od  $-1$  (odnosno kada je  $|A| > 1$ ), vukovi su primorani da se razidu (divergiraju) od plijena. Na ovaj način GWO algoritam vrši globalnu pretragu, tj. ravnomjerno pretražuje kompletan skup mogućih rješenja kako bi se došlo do globalnog optimalnog rješenja i izbjegao već pomenuti problem „zaglavljivanja“ u lokalnom optimumu. Još jedna komponenta GWO algoritma koja podstiče pretragu čitavog skupa rješenja je vektor  $C$ , čiji elementi su nasumični brojevi iz opsega  $[0, 2]$  (na osnovu jednačine (3.14)). Za razliku od vektora  $A$ , vektor  $C$  ne opada linearno tokom iteracija, već u svakoj iteraciji uzima nasumične vrijednosti. Time se akcenat stavlja na pretragu kompletnog skupa rješenja (odnosno izbjegavanje lokalnog optimuma) ne samo u početnim iteracijama, već i u finalnim iteracijama. Slučajni elementi vektora  $C$  dovode do toga da nije moguće precizno reći u kojoj iteraciji se sprovodi konvergentno, a u kojoj divergentno kretanje vukova, što samo daje GWO algoritmu stohastički karakter. Opisane faze napada na plijen (konvergentno kretanje vukova) i potrage za plijenom (divergentno kretanje vukova) prikazane su na slici 3.9.



Slika 3.9 (a) Konvergentno (b) Divergentno kretanje vukova

Kompletna procedura GWO algoritma može se prikazati i pseudokodom koji je dat u nastavku:

---



---

Pseudokod za GWO algoritam

---

Nasumično inicijalizovati populaciju sivih vukova  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ );

Inicijalizovati vektore  $a$ ,  $A$  i  $C$ ;

Za svakog vuka izračunati vrijednost funkcije cilja  $f$ ;

Na osnovu vrijednosti funkcije cilja odrediti alfa, beta i delta vukove;

---

---

**while**

Naći funkcije cilja  $f(x_i)$  za svaku česticu;

**for**  $i = 1:N$

Ažurirati poziciju:  $x(t+1) = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ ;

**end for**

Ažurirati vektore  $a$ ,  $A$  i  $C$ ;

Izračunati vrijednost funkcije cilja  $f$  za svakog vuka;

Ažurirati alfa, beta i delta vukove;

**end while** (zaustavni kriterijum za while petlju je dostizanje zadatog broja iteracija)

---

### 3.3.3 DE algoritam

DE algoritam (diferencijalna evolucija) zasniva se na fenomenu biološke evolucije, koja predstavlja promjenu nasljednih osobina populacije kroz generacije (u algoritamskoj notaciji generacije su ustvari iteracije). Kao i svi ostali evolucioni algoritmi, DE algoritam na početku generiše nasumičnu populaciju koja se sastoji od  $NP$  vektora realnih brojeva. Svaki vektor  $x_i$  predstavlja kandidata za rješenje problema optimizacije i sadrži  $D$  elemenata koji se označavaju sa  $x_{ij}$  (pri čemu  $D$  predstavlja broj parametara koji se optimizuju). Za svaki parametar koji se optimizuje postoji određen opseg vrijednosti u kojem se on mora naći, pa se stoga inicijalizacija populacije vrši na sljedeći način [22]:

$$x_{ij} = x_j^{\min} + r_{ij} \cdot (x_j^{\max} - x_j^{\min}), \quad i \in [1, NP], \quad j \in [1, D], \quad (3.18)$$

gdje  $r$  označava nasumično odabran broj iz opsega  $[0, 1]$ , a  $x_j^{\min}$  i  $x_j^{\max}$  donju i gornju granicu vrijednosti za  $j$ -ti parametar, respektivno.

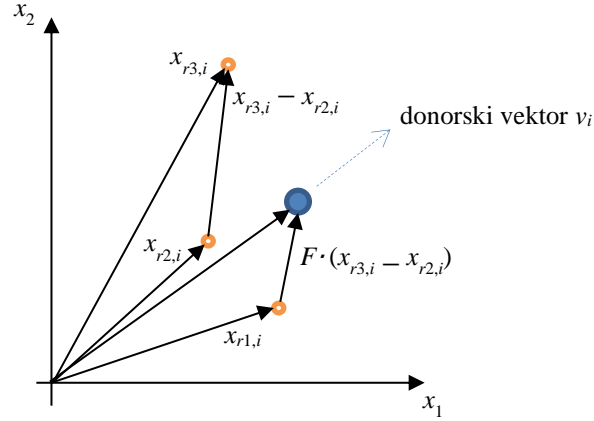
Nakon inicijalizacije, naredni korak u DE algoritmu je mutacija. U biologiji mutacija predstavlja iznenadnu promjenu genetskih karakteristika hromozoma, što za evolucione algoritme konkretno predstavlja promjenu ili perturbaciju određenog elementa. Prije prelaska na sam opis algoritamskih koraka, neophodno je uvesti sljedeće pojmove:

- Vektor  $x_i$  koji predstavlja hromozom trenutne generacije naziva se ciljni vektor,
- Mutirani vektor dobijen kao rezultat procesa mutacije naziva se donorski vektor i
- Vektor potomstva dobijen rekombinacijom donorskog i ciljnog vektora naziva se probni vektor.

U cilju sprovođenja procesa mutacije, prvo je neophodno za svaki vektor  $x_i$  nasumično odabrati tri vektora  $x_{r1,i}$ ,  $x_{r2,i}$  i  $x_{r3,i}$  iz trenutne populacije. Indeksi  $r_{1,i}$ ,  $r_{2,i}$  i  $r_{3,i}$  su nasumično odabrani prirodni brojevi iz opsega  $[1, NP]$ , pri čemu važi da je  $r_{1,i} \neq r_{2,i} \neq r_{3,i} \neq i$ . Mutacija se sprovodi tako što se jednom od nasumičnih vektora dodaje razlika ostala dva, skalirana parametrom  $F$ , čija

vrijednost se tipično nalazi u intervalu  $[0, 1]$ . Na taj način se generiše donorski vektor  $v_i$ , a opisani postupak se može prikazati formulom (3.19) i slikom 3.10:

$$v_i(t) = x_{r1,i}(t) + F \cdot (x_{r2,i}(t) - x_{r3,i}(t)). \quad (3.19)$$



**Slika 3.10** Grafički prikaz mutacije kod DE algoritma

Kako bi se povećala raznovrsnost populacije, nakon mutacije slijedi proces rekombinacije. Prilikom rekombinacije, donorski vektor  $v_i$  razmjenjuje svoje komponente sa ciljnim vektorom  $x_i$ , pri čemu se formira probni vektor  $u_i$ . U literaturi se mogu sresti dvije vrste rekombinacije – eksponencijalna i binomna (ili uniformna). Prilikom implementacije DE algoritma u ovom radu, koristi se binomna rekombinacija koja se sprovodi prema sljedećoj formuli (potrebno je voditi računa da se formula primjenjuje posebno za pojedinačni element svakog probnog vektora):

$$u_{ij}(t) = \begin{cases} v_{ij}(t), & \text{ako je } r_{ij} \leq CR \text{ ili } j = j_{rand} \\ x_{ij}(t), & \text{inače} \end{cases}, \quad (3.20)$$

gdje  $r_{ij}$  označava slučajni broj iz opsega  $[0, 1]$ , a  $j_{rand} \in \{1, 2, \dots, D\}$  je nasumično odabran indeks koji osigurava da probni vektor  $u_i$  dobije bar jedan element iz donorskog vektora  $v_i$ .  $CR$  se naziva faktor rekombinacije i može imati vrijednost iz opsega  $[0, 1]$ . Suštinski, ovaj faktor predstavlja vjerovatnoću da će element probnog vektora biti zamijenjen elementom donorskog vektora.

Posljednji korak DE algoritma naziva se selekcija, i u ovoj fazi odlučuje se o tome da li će probni vektor „preživjeti“ do sljedeće generacije ili ne. Odluka o tome se donosi na osnovu vrijednosti funkcija cilja  $f$  probnog i ciljnog vektora. Ciljni vektor sljedeće generacije  $x_i(t+1)$  formira se na sljedeći način:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} u_i(t), & f(u_i) \leq f(x_i) \\ x_i(t), & f(u_i) > f(x_i) \end{cases}. \quad (3.21)$$

Na ovaj način je osigurano da će svaki hromozom sljedeće generacije biti isti ili bolji od njemu odgovarajućeg iz prethodne iteracije. U nastavku je dat i pseudokod za DE algoritam, kojim su sumirani svi opisani koraci:

---

---

#### Pseudokod za DE algoritam

---

---

Nasumično inicijalizovati populaciju  $x_{ij} = x_j^{\min} + r \cdot (x_j^{\max} - x_j^{\min})$

**while**

**for**  $i = 1:NP$

Mutacija – odrediti donorski vektor:  $v_i(t) = x_{r1,i}(t) + F \cdot (x_{r2,i}(t) - x_{r3,i}(t))$ ;

**for**  $j = 1:D$

Rekombinacija – odrediti probni vektor:  $u_{ij}(t) = \begin{cases} v_{ij}(t), & \text{ako je } r \leq CR \text{ ili } j = j_{rand} \\ x_{ij}(t), & \text{inače} \end{cases}$ ;

**end for**

Selekcija – odrediti ciljni vektor za sljedeću generaciju:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} u_i(t), & f(u_i) \leq f(x_i) \\ x_i(t), & f(u_i) > f(x_i) \end{cases}$$

**end for**

**end while** (zaustavni kriterijum za while petlju je dostizanje zadatog broja iteracija/generacija)

---

---

## 4. PRIMJENA METAHEURISTIČKIH ALGORITAMA U MODELOVANJU PREKIDAČKOG RELUKTANTNOG MOTORA

U četvrtom poglavlju ovog rada prikazana je primjena metaheurističkih algoritama u cilju estimacije parametara nelinearnog modela PRM-a. Naime, u poglavlju 2.3.3 detaljno je opisan matematički model PRM-a koji se bazira na inverzibilnoj funkciji momenta. Pomenuti model se definiše pomoću pet parametara ( $n$ ,  $m$ ,  $B_{sat}$ ,  $k_{c1}$  i  $k_{rise}$ ) koji su u radu [12] određeni empirijskim putem radi modelovanja konkretnog, u radu razmatranog motora. Novi način određivanja parametara istog tog motora korišćenjem eksperimentalno utvrđenih statičkih moment-pozicija karakteristika i primjenom metaheurističkih algoritama opisanih u 3. poglavlju prikazan je u ovom radu [47].

### 4.1 Definisane granice parametara i funkcije cilja

Za korišćenje metaheurističkih algoritama, prvo je potrebno odrediti način reprezentacije rješenja. S obzirom na to da su parametri modela realni brojevi, onda se rješenje  $x$  prikazuje kao niz realnih brojeva od 5 elemenata, tj.  $x = [n \ m \ B_{sat} \ k_{c1} \ k_{rise}]$ . Nakon toga, potrebno je odrediti granice u kojima se vrši pretraga rješenja. Usvojene granice za parametre modela su prikazane u tabeli 1, shodno radu [12].

**Tabela 1.** Granice svih parametara modela PRM-a

Parametar	Granice
$n$	[10; 15]
$m$	[20; 35]
$B_{sat}$	[1.5; 1.65]
$k_{c1}$	[1; 1.3]
$k_{rise}$	[0.1; 0.3]

Posljedni korak neophodan za primjenu metaheurističkih algoritama je definisanje funkcije cilja. Naime, za definisanje funkcije cilja korišćene su eksperimentalno utvrđene moment – pozicija karakteristike motora, za vrijednost struje 0.5A, 1A, 1.5A, 2A, 2.5A, 3A i 3.5A. S druge strane, korišćenjem jednačina modela, odnosno korišćenjem odgovarajućeg simulacionog modela u okviru programskog paketa Matlab, omogućeno je dobijanje istih karakteristika simulacionim putem. Ukoliko se sa  $M_{sim}$  označi vrijednost momenta dobijena simulacionim putem, a sa  $M_{eks}$

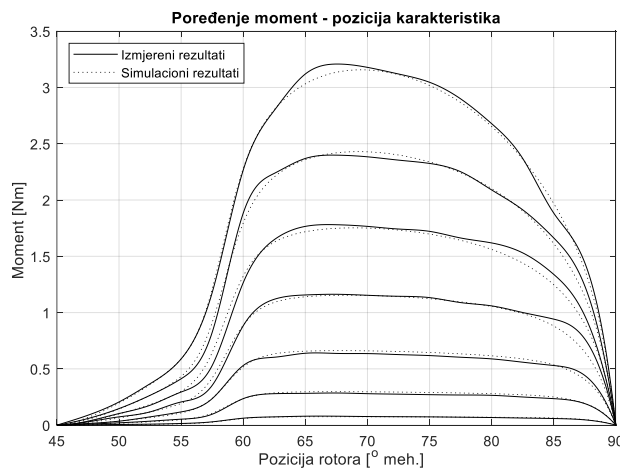
vrijednost momenta dobijena eksperimentalnim putem, onda se funkcija cilja  $f$ , koju metaheuristički algoritmi teže da minimizuju, računa prema sljedećoj formuli:

$$f = \sum_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \sum_{i=0.5A}^{i=3.5A} [M_{sim}(\theta, i) - M_{eks}(\theta, i)]^2. \quad (4.1)$$

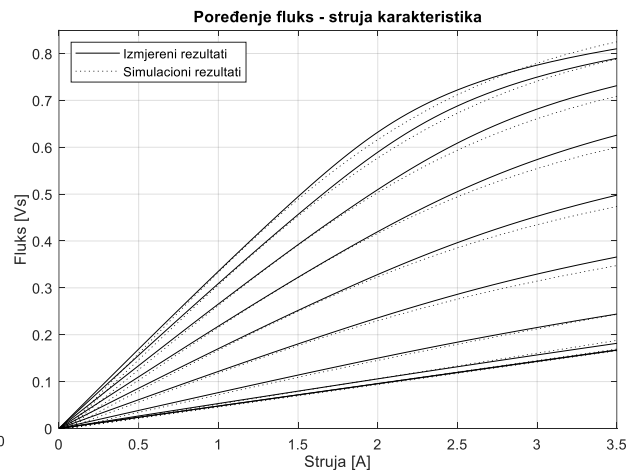
Tačnost modela, uz primjenu estimiranih parametara, verifikovana je poređenjem moment-pozicija i fluks-struja karakteristika definisanih pomoću jednačina modela i odgovarajućih stvarnih, eksperimentalno utvrđenih, karakteristika razmatranog motora [12].

Za sva tri algoritma je podešeno da broj iteracija iznosi 200, a veličina populacije 100. Takođe, za parametre PSO algoritma, koji figurišu u jednačinama (3.7) i (3.8), usvajaju se sljedeće vrijednosti:  $C_1=0.1$ ,  $C_2=0.4$ ,  $w_{min}=0.1$  i  $w_{max}=0.5$ . Vrijednosti parametara DE algoritma koji se pominju u (3.19) i (3.20) su  $F=0.85$  i  $CR=0.9$ .

Parametri modela dati u tabeli 1 nisu određeni samo empirijskim putem, već zavise od geometrije motora i magnetnih karakteristika gvožđa. U radu [12] nije izvršena optimizacija tih parametara jer je cilj bio ukazati na robusnost modela. Na slikama 4.1 i 4.2 prikazane su moment-pozicija i fluks-struja karakteristike, respektivno, dobijene pomoću jednačina modela, za vrijednosti parametara iz [12]. Radi poređenja, na istim slikama su prikazane i odgovarajuće eksperimentalno utvrđene karakteristike.



**Slika 4.1** Poređenje moment-pozicija karakteristika

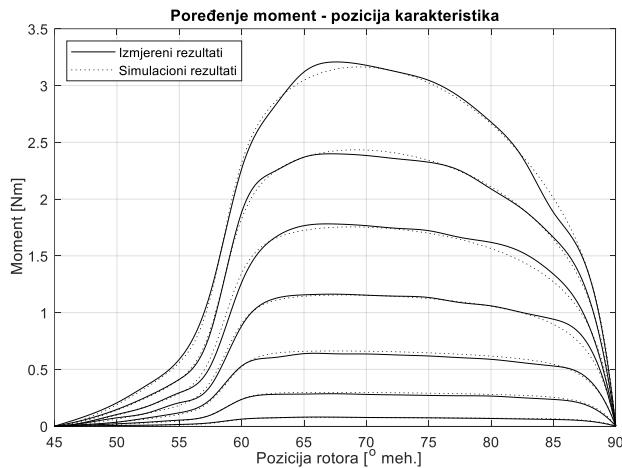


**Slika 4.2** Poređenje fluks-struja karakteristika

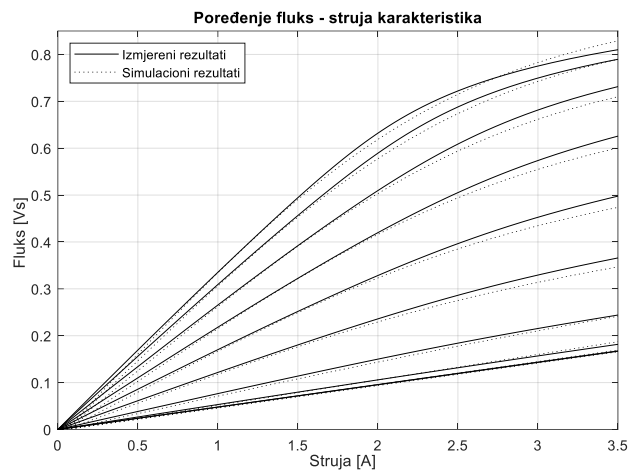
## 4.2 Rezultati optimizacije primjenom PSO algoritma

Najprije je, u cilju određivanja optimalnih vrijednosti parametara modela, primijenjen PSO algoritam. Moment-pozicija i fluks-struja karakteristike, dobijene simulacionim putem pri čemu su korišćeni parametri utvrđeni primjenom PSO algoritma, prikazane su na slikama 4.3 i 4.4,

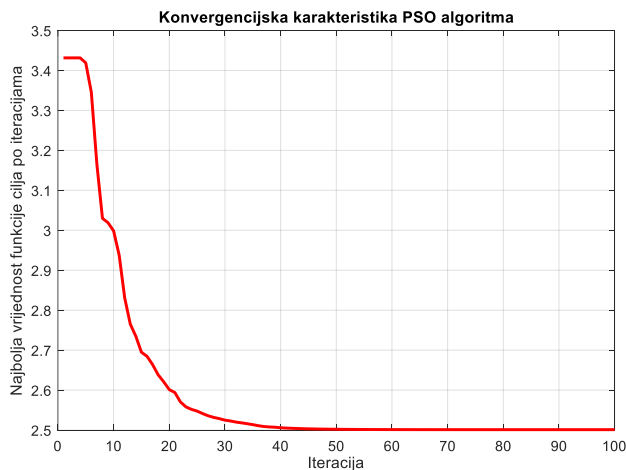
respektivno. Na pomenutim slikama su, radi validacije rezultata, prikazane i odgovarajuće eksperimentalno utvrđene karakteristike. Na slici 4.5 prikazana je konvergenzijska karakteristika PSO algoritma. Konvergenzijska karakteristika predstavlja vrijednost najbolje funkcije cilja nakon svake iteracije algoritma. Najbolja funkcija cilja je ustvari najmanja vrijednost ukoliko je cilj minimizovati funkciju cilja, odnosno najveća ukoliko je cilj maksimizovati datu funkciju. Osim toga, na slikama 4.6-4.10 prikazana je konvergencija svih parametara koji se optimizuju ( $n$ ,  $m$ ,  $B_{sat}$ ,  $k_{c1}$  i  $k_{rise}$ ). Pod terminom „konvergencija parametara“ podrazumijevaju se najbolje vrijednosti parametara nakon svake iteracije, odnosno one vrijednosti koje dovode do najbolje vrijednosti funkcije cilja.



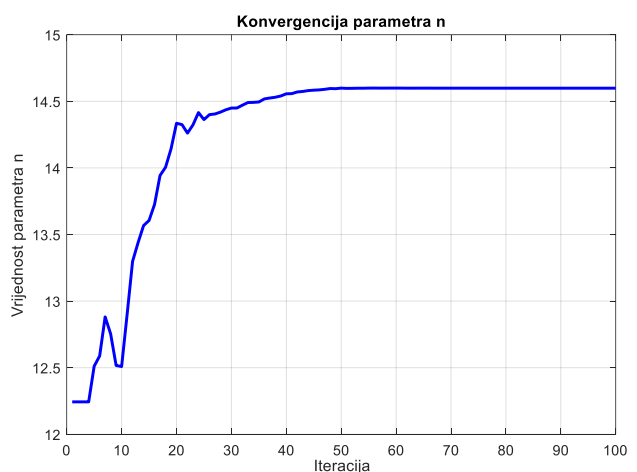
**Slika 4.3** Izmjerene i proračunate statičke karakteristike dobijene pomoću PSO algoritma



**Slika 4.4** Izmjerene i proračunate fluks-struja karakteristike dobijene pomoću PSO algoritma

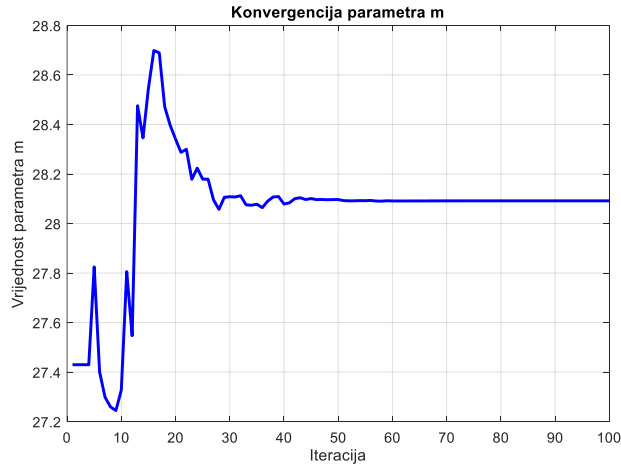


**Slika 4.5** Konvergenzijska karakteristika PSO algoritma

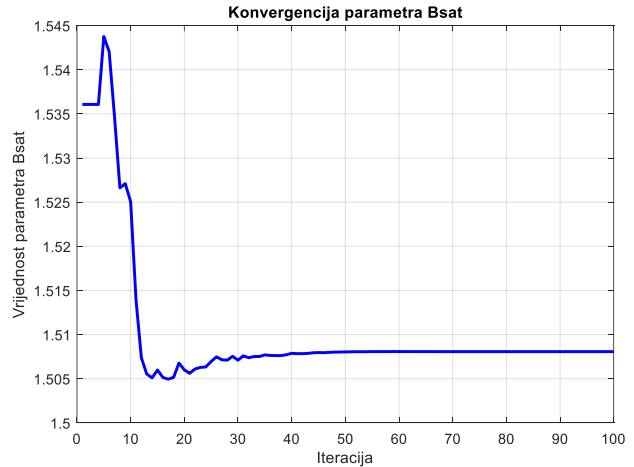


**Slika 4.6** Konvergencija parametra  $n$

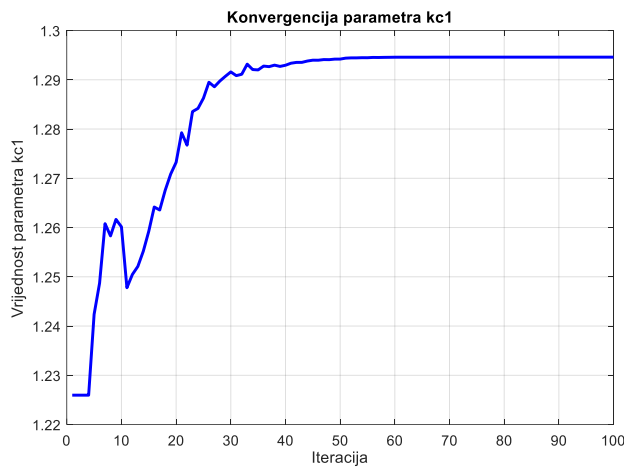




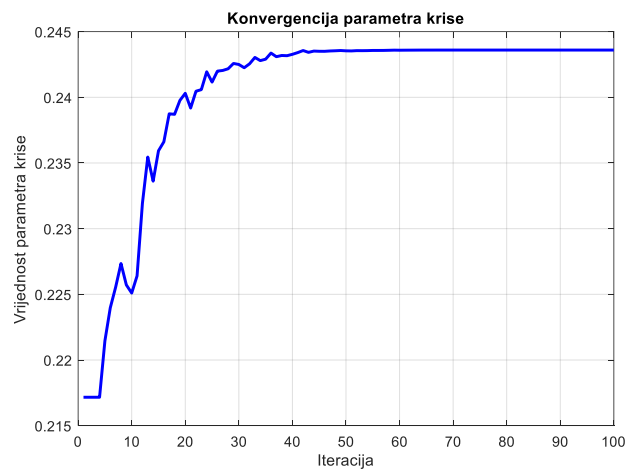
Slika 4.7 Konvergencija parametra  $m$



Slika 4.8 Konvergencija parametra  $B_{sat}$



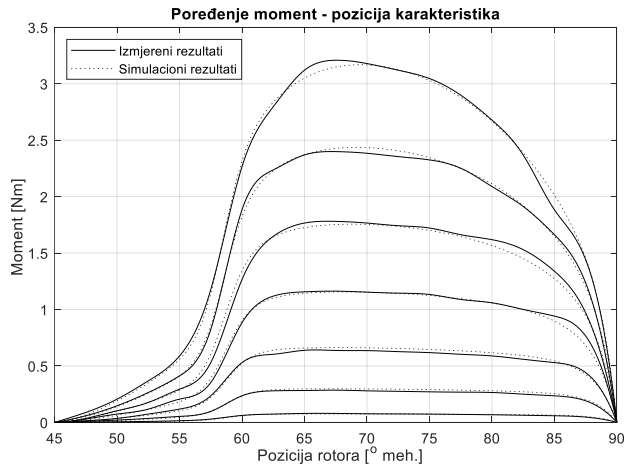
Slika 4.9 Konvergencija parametra  $k_{c1}$



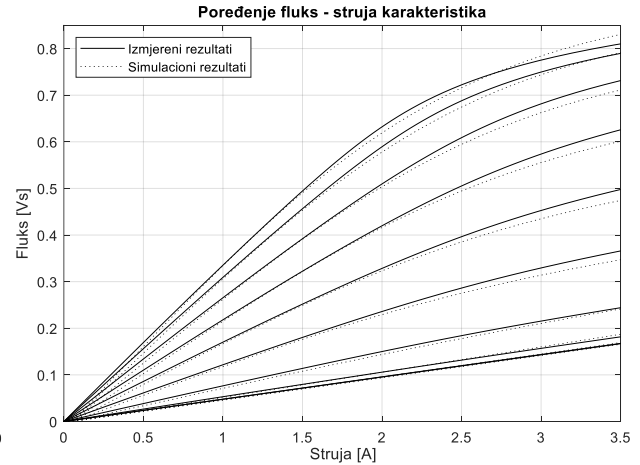
Slika 4.10 Konvergencija parametra  $k_{rise}$

### 4.3 Rezultati optimizacije primjenom GWO algoritma

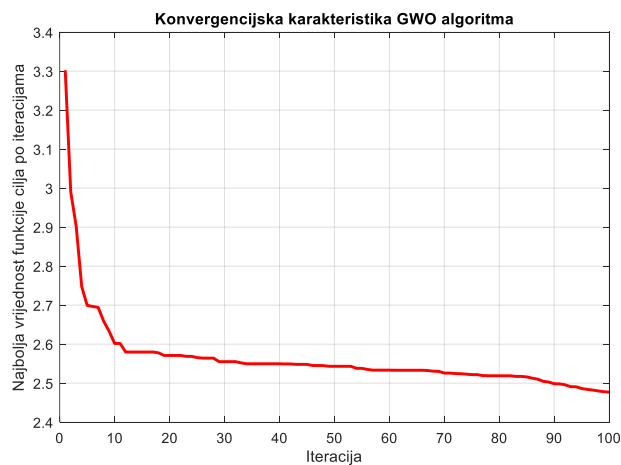
Nakon PSO algoritma, u cilju optimizacije parametara modela primijenjen je i GWO algoritam. Na slikama 4.11 i 4.12 prikazane su moment-pozicija i fluks-struja karakteristike dobijene korišćenjem jednačina modela, gdje su parametri modela određeni korišćenjem GWO algoritma. Na istim slikama prikazane su i odgovarajuće karakteristike dobijene eksperimentalnim putem. Konvergenijska karakteristika algoritma prikazana je na slici 4.13, dok je na slikama 4.14-4.18 prikazana konvergencija parametara modela.



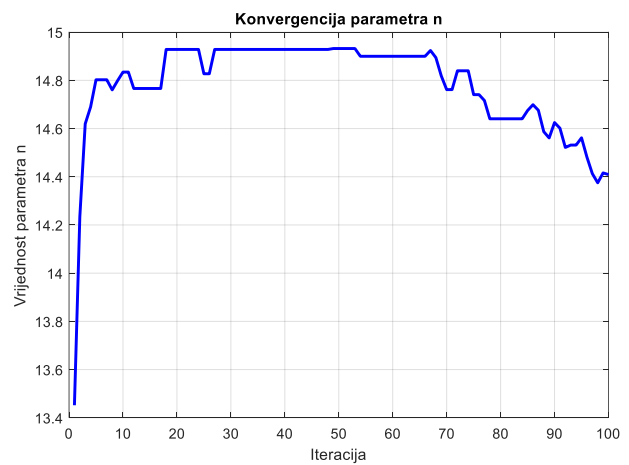
**Slika 4.11** Izmjerene i proračunate statičke karakteristike dobijene pomoću GWO algoritma



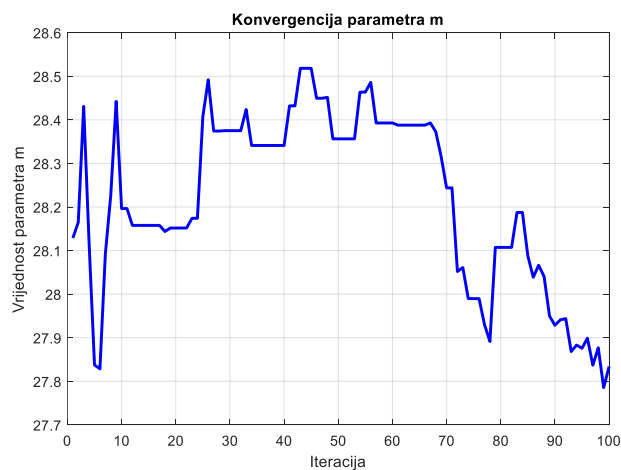
**Slika 4.12** Izmjerene i proračunate fluks-struja karakteristike dobijene pomoću GWO algoritma



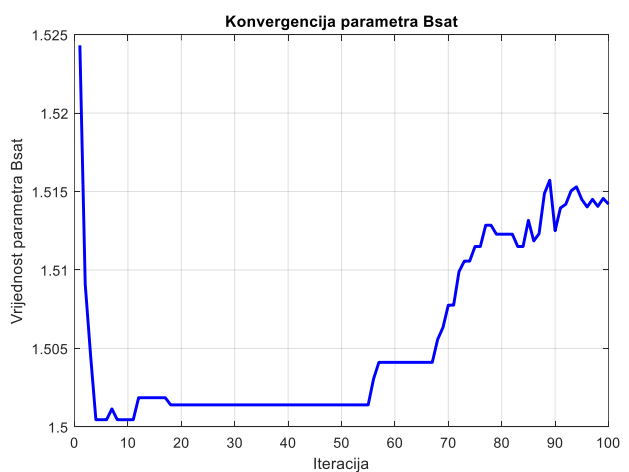
**Slika 4.13** Konvergenijska karakteristika GWO algoritma



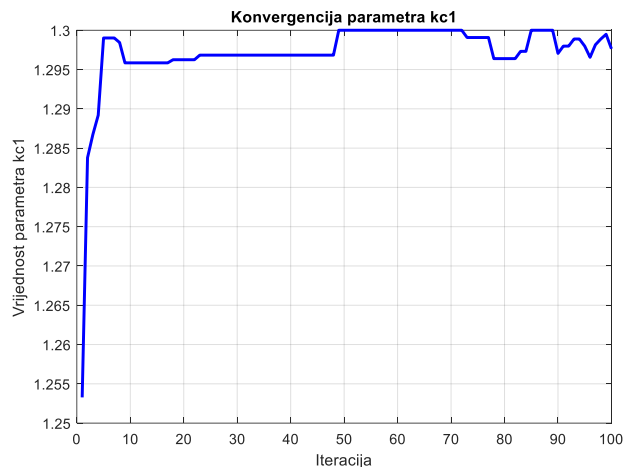
**Slika 4.14** Konvergencija parametra  $n$



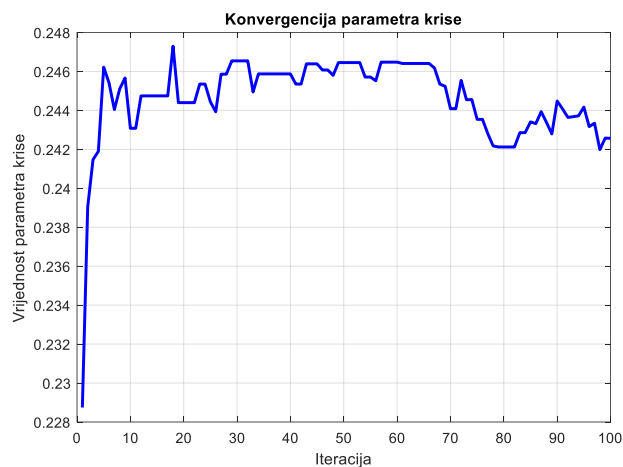
**Slika 4.15** Konvergencija parametra  $m$



**Slika 4.16** Konvergencija parametra  $B_{sat}$



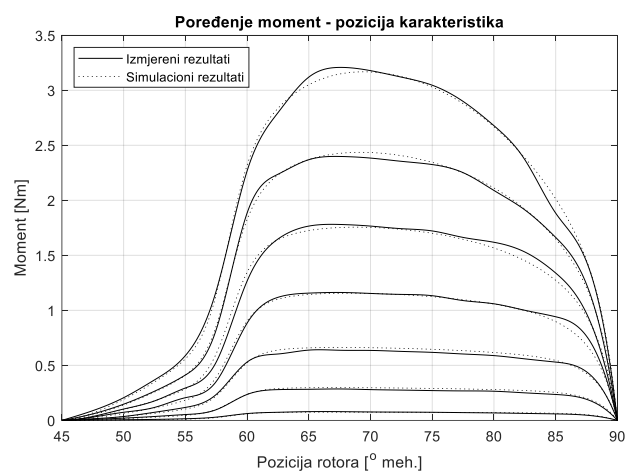
Slika 4.17 Konvergencija parametra  $k_{c1}$



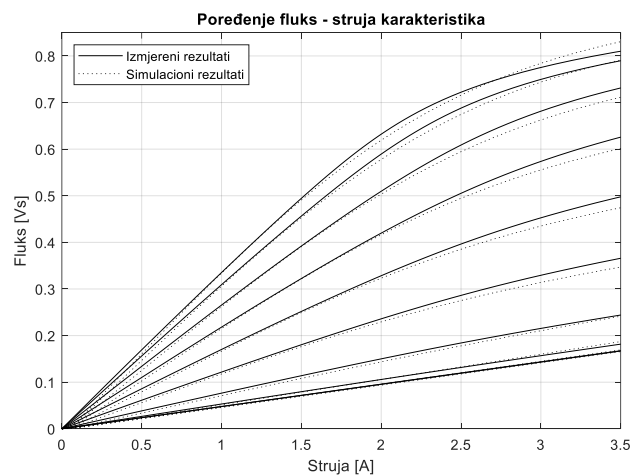
Slika 4.18 Konvergencija parametra  $k_{rise}$

## 4.4 Rezultati optimizacije primjenom DE algoritma

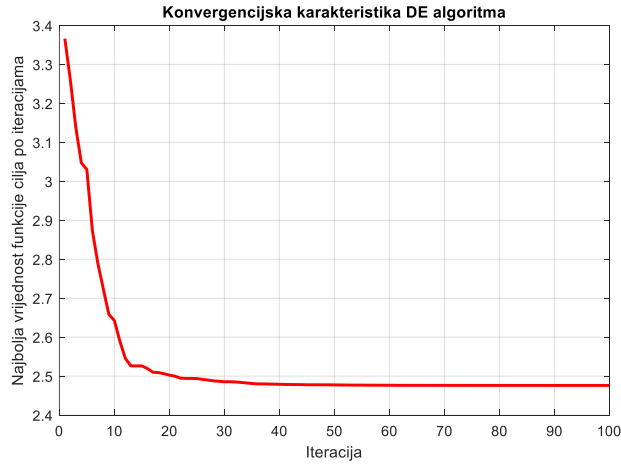
Osim pomenuta dva, u ovom radu je pokazana i mogućnost uspješne primjene DE algoritma radi optimizacije parametara nelinearnog modela PRM-a. Naime, na slici 4.19 su upoređene moment-pozicija karakteristike dobijene eksperimentalnim putem sa odgovarajućim karakteristikama koje su dobijene pomoću jednačina modela čiji parametri su određeni primjenom DE algoritma. Analogno poređenje fluks-struja karakteristika dato je na slici 4.20. Performanse samog algoritma prikazane su na slikama 4.21-4.25, pri čemu je na slici 4.21 data konvergencijska karakteristika algoritma, dok je na slikama 4.22-4.25 prikazana konvergencija parametara modela čija se optimizacija sprovodi.



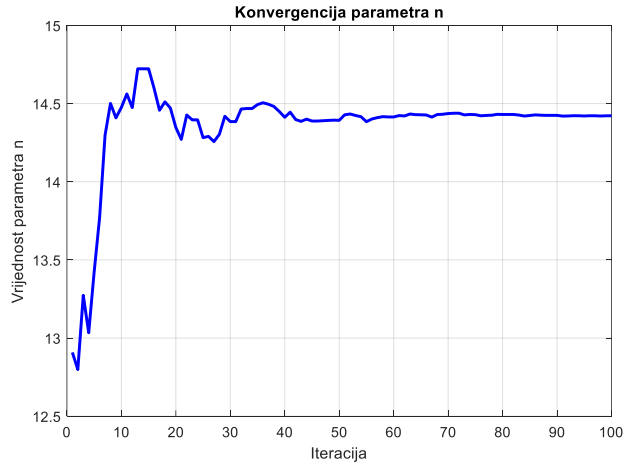
Slika 4.19 Izmjerene i proračunate statičke karakteristike dobijene pomoću DE algoritma



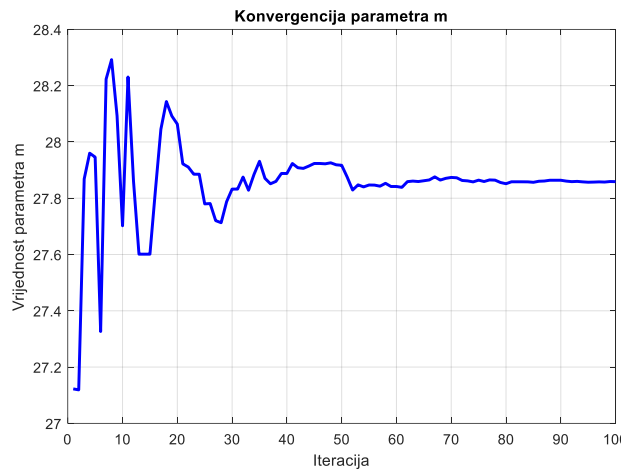
Slika 4.20 Izmjerene i proračunate fluks-struja karakteristike dobijene pomoću DE algoritma



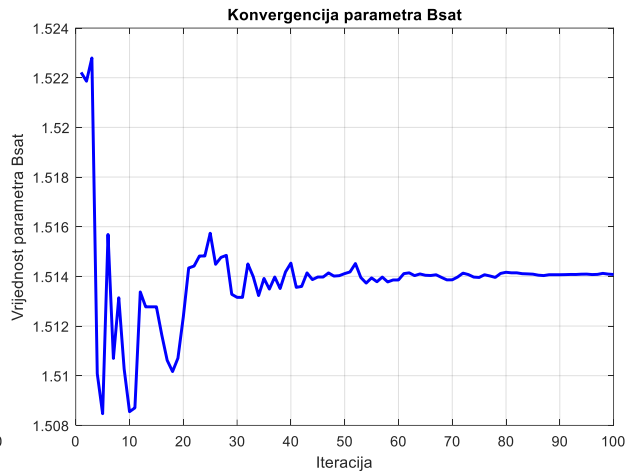
Slika 4.21 Konvergenzijska karakteristika DE algoritma



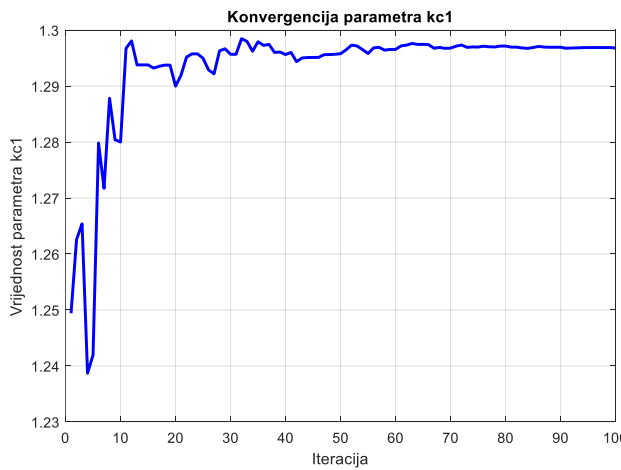
Slika 4.22 Konvergencija parametra  $n$



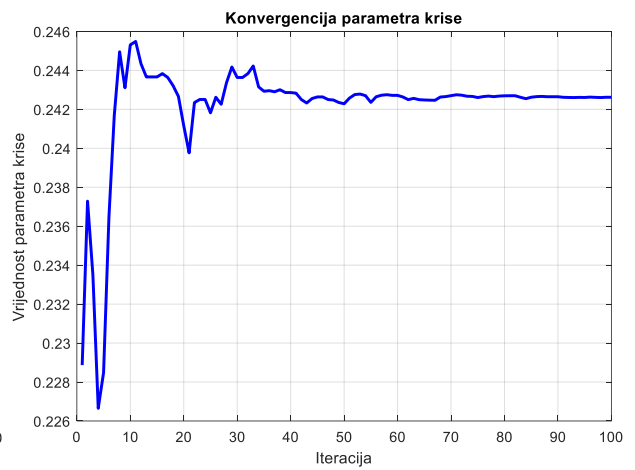
Slika 4.23 Konvergencija parametra  $m$



Slika 4.24 Konvergencija parametra  $B_{sat}$



Slika 4.25 Konvergencija parametra  $k_{c1}$



Slika 4.26 Konvergencija parametra  $k_{rise}$

## 4.5 Poređenje rezultata

U tabeli 2 su prikazane vrijednosti parametara modela koje su utvrđene empirijskim putem, shodno radu [12]. U istoj tabeli su date vrijednosti parametara modela kada se za njihovo određivanje primijene pomenuti metaheuristički algoritmi. S obzirom na to da je cilj povećati stepen tačnosti modela, kao pokazatelji tačnosti (prikazani u pomenutoj tabeli) koriste se: suma kvadrata greške između mjerenih i simuliranih vrijednosti momenta, suma apsolutnih vrijednosti greške, srednja vrijednost apsolutne greške, kao i srednja kvadratna greška (standardna devijacija). Suma kvadrata greške istovremeno predstavlja funkciju cilja (data izrazom (4.1)), dok su suma apsolutnih vrijednosti greške ( $f_{abs}$ ), srednja vrijednost apsolutne greške ( $\bar{f}_{abs}$ ) i srednja kvadratna greška ( $s$ ) definisane izrazima (4.2), (4.3) i (4.4), respektivno:

$$f_{abs} = \sum_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \sum_{i=0.5A}^{i=3.5A} |M_{sim}(\theta, i) - M_{eks}(\theta, i)|, \quad (4.2)$$

$$\bar{f}_{abs} = \frac{1}{N} \sum_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \sum_{i=0.5A}^{i=3.5A} |M_{sim}(\theta, i) - M_{eks}(\theta, i)|, \quad (4.3)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \sum_{i=0.5A}^{i=3.5A} (M_{sim}(\theta, i) - M_{eks}(\theta, i))^2}, \quad (4.4)$$

gdje  $N$  predstavlja ukupan broj tačaka moment-pozicija karakteristika, za sve razmatrane vrijednosti struje.

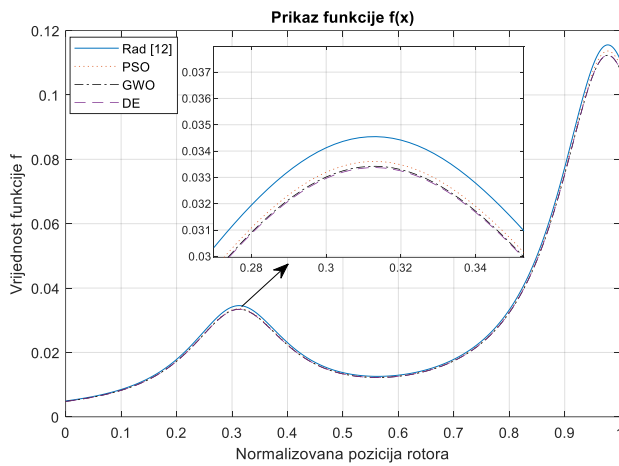
Takođe, izvršena je i komparativna analiza korišćenih metaheurističkih algoritama, ne samo po vrijednosti funkcije cilja koju oni obezbjeđuju, već i po vremenu izvršavanja svakog od pomenutih algoritama.

Na osnovu rezultata iz tabele, uzimajući u obzir da je vrijednost funkcije cilja manja kada se parametri odrede primjenom metaheurističkih algoritama u odnosu na slučaj kada su parametri određeni empirijskim putem, može se zaključiti da je na ovaj način obezbijeđena veća tačnost modela. Dodatni pokazatelj velikog stepena tačnosti je izuzetno dobro poklapanje simulacionih moment-pozicija i fluks-struja karakteristika sa odgovarajućim eksperimentalno dobijenim karakteristikama, što je pokazano na prethodnim slikama. Sa aspekta međusobnog poređenja korišćenih metaheurističkih algoritama, zaključuje se da svi algoritmi daju približno iste vrijednosti za funkciju cilja i za nepoznate parametre modela. Takođe, primjećuje se da vrijeme potrebno za izvršavanje PSO algoritma najmanje, kao i da ka optimalnom rješenju najbrže konvergiraju PSO i DE algoritmi (do najbolje vrijednosti funkcije cilja se dolazi nakon približno 40 iteracija).

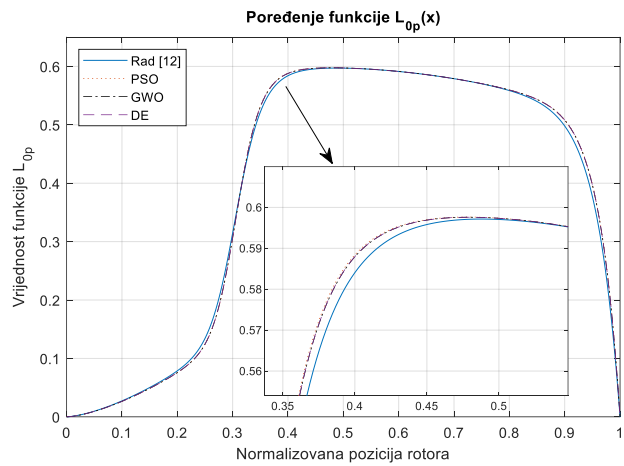
**Tabela 2.** Rezultati optimizacije parametara modela

Parametar modela	Rad [12]	PSO algoritam	GWO algoritam	DE algoritam
$n$	13	14.5986	14.4091	14.4223
$m$	25	28.0917	27.8339	27.8589
$B_{sat}$	1.5	1.50827	1.5142	1.51408
$k_{c1}$	1.3	1.2946	1.29764	1.29679
$k_{rise}$	0.25	0.243599	0.242566	0.242619
$f$	3.438	2.4841	2.4761	2.476
$f_{abs}$	66.0553	59.1419	58.8443	58.8588
$\bar{f}_{abs}$	0.0209	0.0187	0.0186	0.0186
$s$	0.033	0.0281	0.028	0.028
Vrijeme (s)	/	89	92	273

Prema izrazu (2.25) moment motora se definiše pomoću funkcija  $f$  i  $L_{op}$ , pa je stoga dato poređenje pomenutih funkcija za različite parametre modela. Konkretno, na slikama 4.27 i 4.28 prikazan je izgled funkcija  $f$  i  $L_{op}$ , kada se koriste parametri modela iz rada [12] i parametri dobijeni optimizacijom primjenom PSO, GWO i DE algoritama.

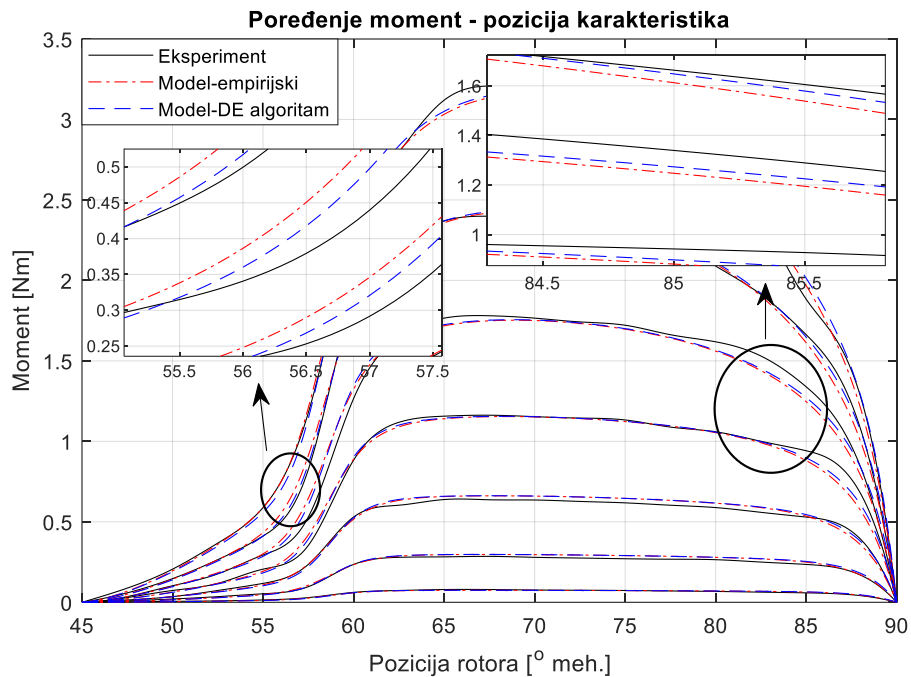


**Slika 4.27** Poređenje funkcije  $f(x)$



**Slika 4.28** Poređenje funkcije  $L_{op}(x)$

Takođe, u cilju pokazivanja većeg stepena tačnosti modela čiji su parametri određeni primjenom metaheurističkih algoritama u odnosu na empirijski način određivanja parametara dato je i grafičko poređenje simulacionih moment-pozicija karakteristika sa eksperimentalnim. Na slici 4.29 prikazane su uvećane moment-pozicija karakteristike dobijene simulacionim putem pomoću modela čiji su parametri utvrđeni empirijskim putem (crvena boja), odgovarajuće karakteristike dobijene pomoću modela čiji su parametri određeni DE algoritmom (plava boja) i eksperimentalne moment – pozicija karakteristika (crna boja). Kao što je pokazano i ranije, sa slike se uočava da su simulacioni rezultati kada se za određivanje parametara modela koriste metaheuristički algoritmi bliži eksperimentalnim rezultatima u odnosu na slučaj kada se parametri odrede empirijskim putem.



**Slika 4.29** Poređenje moment-pozicija karakteristika (uvećani prikaz)

## 5. OPTIMIZACIJA UPRAVLJAČKIH UGLOVA PRIMJENOM METAHEURISTIČKIH ALGORITAMA

Peto poglavlje ovog rada bavi se problematikom određivanja optimalnih vrijednosti upravljačkih uglova motora. U tom cilju, najprije su definisani upravljački parametri i prikazane tipične izlazne karakteristike (moment – brzina i snaga – brzine karakteristike) motora. Zatim je pokazano kako se optimizacija uglova uključenja i isključenja PRM-a može sprovesti primjenom prostog algoritma koji ispituje sve moguće kombinacije tih uglova, a nakon toga je pokazano kako se postupak optimizacije značajno može olakšati primjenjujući metaheurističke algoritme. Predložena tehnika optimizacije zasnovana na metaheurističkim algoritmima je testirana u [48], pri čemu je korišćen znatno prostiji, linearni model motora.

### 5.1 Upravljački parametri PRM-a

Kod PRM-a je moguće definisati tri upravljačka parametra: ugao uključenja  $\theta_{on}$ , ugao isključenja  $\theta_{off}$  i referentnu vrijednost struje  $I_{ref}$ . Kada se rotor nađe u poziciji koja je definisana uglom  $\theta = \theta_{on}$  tada se dovodi napajanje na odgovarajući namotaj faze, a kada se rotor nađe u poziciji koja je definisana uglom  $\theta = \theta_{off}$  tada se prekida napajanje namotaja. Interval u kome se vrši dovođenje napona na fazu, odnosno magnetizacija faze naziva se ugao magnetizacije ( $\theta_{mag}$ ) i njegova vrijednost je  $\theta_{mag} = \theta_{off} - \theta_{on}$ . Međutim, struja kroz namotaj faze protiče i nakon ovoga intervala, ali se tada vrši demagnetizacija faze (intervalu demagnetizacije odgovara ugao demagnetizacije  $\theta_{demag}$ ), pa je napon na fazi suprotnog polariteta ili je jednak nuli. Kompletan interval u kojem protiče struja naziva se ugao provođenja ( $\theta_p$ ) i iznosi  $\theta_p = \theta_{mag} + \theta_{demag}$ . Treći upravljački parametar, referentna struja, se koristi radi ograničenja maksimalne vrijednosti struje kroz namotaj faze. Struju je neophodno ograničavati samo pri brzinama ispod osnovne, tj. kada elektromotorna sila ne dostiže vrijednost napona napajanja. Na slici 5.1 su ilustrovani svi upravljački parametri PRM-a.

### 5.2 Mehanička karakteristika PRM-a

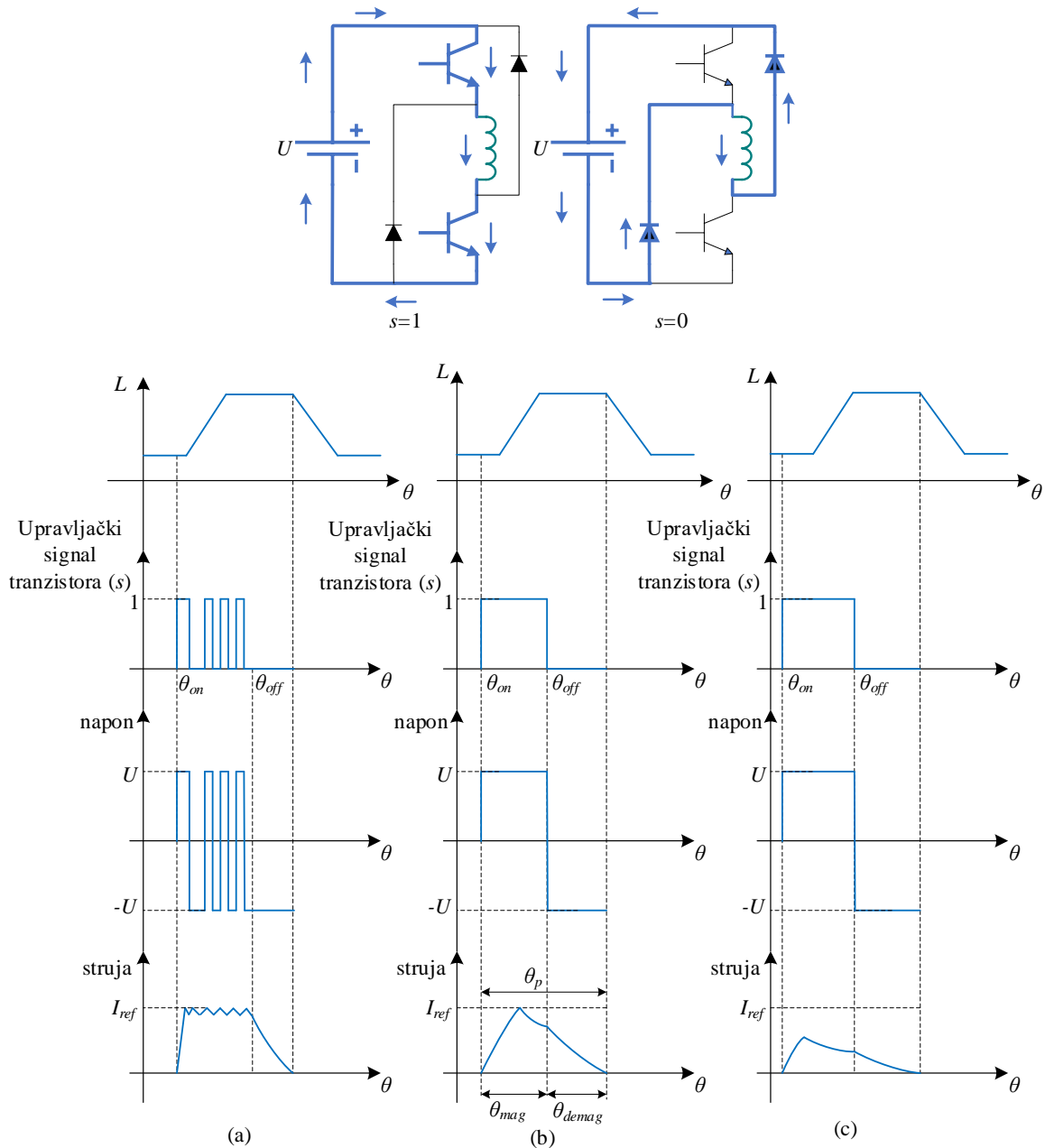
Mehanička karakteristika (zavisnost moment – brzina) PRM-a ima tri opsega, odnosno regiona brzine:

- region konstantnog momenta,
- region konstantne snage (moment obrnuto srazmjern brzini) i
- region konstantnog proizvoda snage i brzine (konstantnog proizvoda momenta i kvadrata brzine).



Ukoliko napon napajanja i upravljački uglovi motora imaju konstantne vrijednosti, tada se može reći da motor radi na prirodnoj karakteristici. Naime, ako uglovi uključenja i isključenja imaju konstantne vrijednosti, tada je i ugao magnetizacije konstantan, pa se može zaključiti da je vrijeme koje odgovara magnetizaciji faze obrnuto srazmjerno brzini ( $\theta = \omega \cdot t \Rightarrow t = \frac{\theta}{\omega}$ ). Veza između fluksa i brzine obrtanja se može ustanoviti na sljedeći način:

$$\psi = \int u \cdot dt \approx u \cdot t_{mag} \Rightarrow \phi \sim t_{mag} \text{ (jer je } u = const. \text{ i } \psi = N \cdot \phi) \Rightarrow \phi \sim \frac{1}{\omega}. \quad (5.1)$$



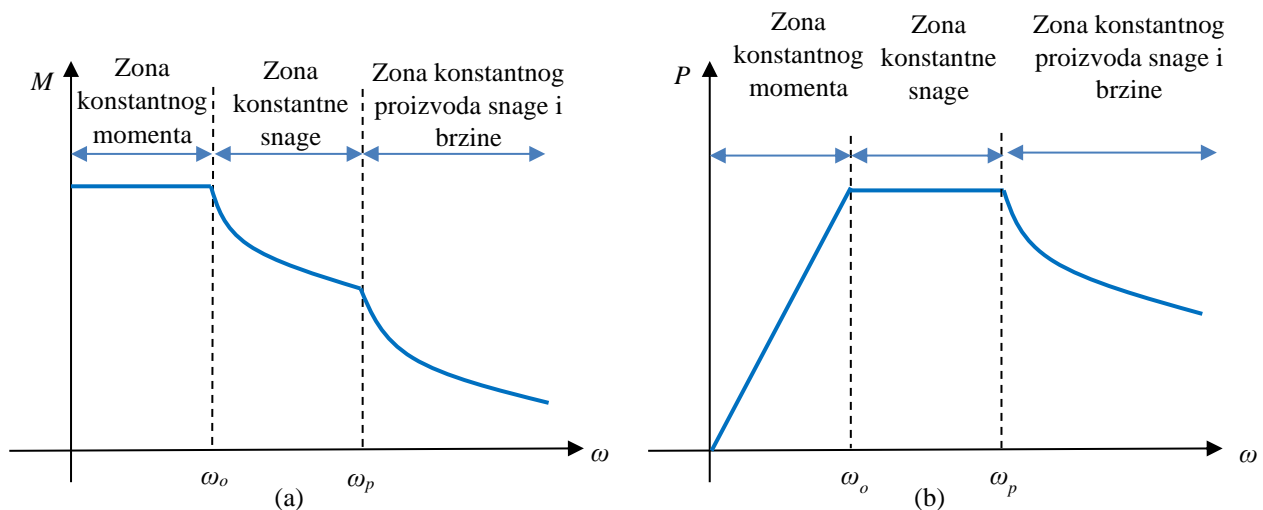
**Slika 5.1** Ilustracija upravljačkih parametara PRM-a za region: (a) konstantnog momenta, (b) konstantne snage i (c) konstantnog proizvoda snage i brzine

Posmatrajući idealizovani izraz za moment (2.10) zaključuje se da je moment srazmjern kvadratu struje, a samim tim i kvadratu fluksa (pretpostavljajući linearnu fluks – struja vezu), pa se na osnovu izraza (5.1) dobija da je moment obrnuto srazmjern kvadratu brzine, tj.  $M \sim \frac{1}{\omega^2}$ .

S obzirom na to da je indukovana elektromotorna sila srazmjerna brzini obrtanja motora, zaključuje se da je pri malim brzinama vrijednost elektromotorne sile mala, pa tada struja veoma brzo raste i dostiže velike vrijednosti. U cilju zaštite namotaja na statoru, kao i poluprovodničkih komponenti energetskog pretvarača, neophodno je ograničiti vrijednost struje, tj. držati je na konstantnoj vrijednosti. Imajući u vidu da je moment srazmjern struji, ova zona rada naziva se zona konstantnog momenta. Za ovu zonu je takođe karakteristično da snaga linearno raste sa brzinom, jer je  $P=M\cdot\omega$ . Region konstantnog momenta traje do one brzine pri kojoj elektromotorna sila dostiže vrijednost napajanja – osnovne brzine koja se označava sa  $\omega_o$ .

Nakon osnovne brzine moguće je postići da moment bude obrnuto srazmjern brzini, tj. da snaga bude konstantna ukoliko se poveća ugao magnetizacije, uz odgovarajući izbor ugla uključenja (koji se po pravilu smanjuje sa povećanjem brzine) i ugla isključenja. Naime, analiza prirodne karakteristike pokazuje da je pri konstantnom uglu magnetizacije fluks obrnuto srazmjern brzini, tj.  $\phi \sim \frac{1}{\omega}$ . Kako bi se izbjegla ovakva zavisnost, potrebno je povećati ugao magnetizacije tako da se postigne zavisnost  $\phi \sim \frac{1}{\sqrt{\omega}}$ , čime se postiže da je moment obrnuto srazmjern brzini, odnosno da je snaga konstantna. Zonu konstantne snage moguće je održavati samo do određene brzine  $\omega_p$  pri kojoj ugao uključenja dostiže graničnu vrijednost.

Konačno, nakon brzine  $\omega_p$  upravljački uglovi i napon imaju konstantne vrijednosti, pa motor radi na već opisanoj prirodnoj karakteristici. Ova zona rada se još naziva zona konstantnog proizvoda snage i brzine. Grafičke zavisnosti momenta i snage u funkciji brzine obrtanja prikazane su na slici 5.2.



Slika 5.2 Karakteristike (a) moment – brzina i (b) snaga – brzina

Na osnovu prethodno izloženog, jasno je da moment i snaga mašine u velikoj mjeri zavise od vrijednosti upravljačkih uglova PRM-a, tj. od ugla uključenja i ugla isključenja. Pod pojmom optimizacija upravljačkih uglova podrazumijeva se određivanje vrijednosti uglova uključenja i isključenja pri kojima je ispunjen određeni kriterijum-u ovom radu se optimizacija upravljačkih uglova vrši u cilju dobijanja maksimalne izlazne snage PRM-a, pri tome vodeći računa o zadatom ograničenju efektivne vrijednosti struje u faznim namotajima. Izlazne karakteristike motora određene su korišćenjem prethodno optimizovanog modela motora, za koji je pokazano da može obezbijediti veoma pouzdane simulacione rezultate (srednje vrijednosti snage i momenta motora).

### 5.3 Optimizacija uglova uključenja i isključenja PRM-a

Jedan od egzaktnih algoritama za utvrđivanje optimalnih vrijednosti uglova uključenja i isključenja je tzv. detaljna optimizacija, koja podrazumijeva ispitivanje svih kombinacija uglova uključenja i isključenja. S obzirom na to da vrlo male promjene upravljačkih uglova značajno utiču na izlaznu snagu PRM-a, prilikom ispitivanja neophodno je usvojiti veoma mali korak promjene uglova – u ovom radu je uzet korak od  $0.7^\circ$  mehaničkih za promjenu ugla uključenja, odnosno  $0.2^\circ$  mehaničkih za promjenu ugla isključenja. Pseudokod za opisani algoritam (za jednu brzinu) dat je u nastavku:

---



---

#### Pseudokod za algoritam detaljne optimizacije

---



---

Definisati brzinu obrtanja motora za koju se vrši optimizacija;

Definisati granice upravljačkih uglova:  $\theta_{on\_min}$ ,  $\theta_{on\_max}$ ,  $\theta_{off\_min}$ ,  $\theta_{off\_max}$ ;

Definisati korake promjene uglova  $\Delta\theta_{on}$  i  $\Delta\theta_{off}$ ;

Definisati  $I_{ef\_max}$ ,  $I_{ref}$  i  $\Delta I$ ;

**for**  $\theta_{on} = \theta_{on\_min} : \Delta\theta_{on} : \theta_{on\_max}$

**for**  $\theta_{off} = \theta_{off\_min} : \Delta\theta_{off} : \theta_{off\_max}$

        Izračunati izlaznu snagu i efektivnu vrijednost struje motora pri ovoj kombinaciji upravljačkih uglova;

        Ako je efektivna vrijednost struje veća od maksimalno dozvoljene, odbaciti odgovarajuću snagu;

**end for**

**end for**

Od svih proračunatih snaga odrediti maksimalnu snagu;

---



---

Za primjenu metaheurističkih algoritama neophodno je definisati funkciju cilja. S obzirom na to da je cilj optimizacije dobiti maksimalnu izlaznu snagu motora, korišćeni algoritmi su prilagođeni tako da ne vrše minimizaciju, već maksimizaciju funkcije cilja. Uzevši u obzir navedeno, funkcija cilja  $f$  se definiše na sljedeći način:

$$f = P, \quad (5.2)$$

gdje je  $P$  mehanička snaga na vratilu motora. Osim postizanja maksimalne snage, prilikom primjene metaheurističkih algoritama vođeno je računa da efektivna vrijednost struje ne pređe maksimalnu dozvoljenu vrijednost. Za sva tri algoritma je usvojeno da veličina populacije iznosi 30, a broj iteracija 50. Takođe, za parametre PSO algoritma usvajaju se sljedeće vrijednosti:  $C_1=0.1$ ,  $C_2=0.4$ ,  $w_{min}=0.1$  i  $w_{max}=0.5$ . Parametri DE algoritma su  $F=0.85$  i  $CR=0.9$ . Dodatni brojni podaci neophodni za optimizaciju su dati u tabeli 3.

**Tabela 3.** Brojni podaci o motoru

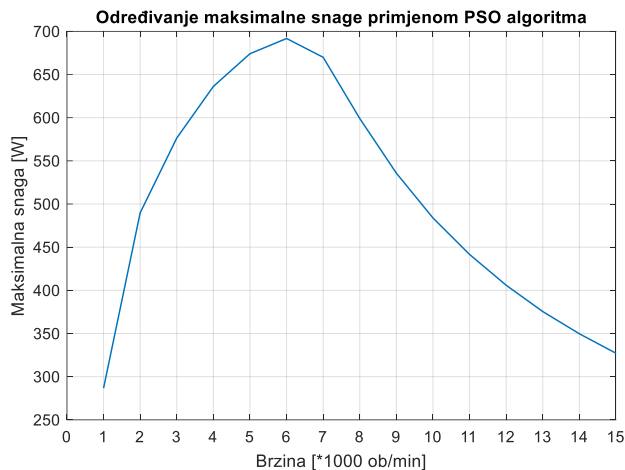
Veličina	Brojna vrijednost
Granice ugla uključenja	(0, 60) [° meh.]
Granice ugla isključenja	(61, 80) [° meh.]
Napon napajanja motora	270 [V]
Referentna vrijednost struje	4.15 [A]
Dozvoljena efektivna vrijednost struje	2 [A]
Broj polova rotora	4
Broj polova statora	6
Broj faza	3
Otpornost namotaja faze	6.9 [Ω]
Širina pola rotora	32 [° meh.]
Širina pola statora	30 [° meh.]
Broj navojaka po fazi	580
Širina vazdušnog procijepa	0.5 [mm]
Unutrašnji poluprečnik statora	29 [mm]
Aksijalna dužina statora	48 [mm]

Optimizacija je izvršena za brzine obrtanja 0 – 15000 ob/min sa korakom od 1000 ob/min. Rezultati dobijeni primjenom tri metaheuristička algoritma, kao i primjenom algoritma detaljne optimizacije, prikazani su tabelarno i grafički. Najprije, u tabeli 4 su prikazane vrijednosti maksimalnih izlaznih snaga motora, kao i odgovarajućih vrijednosti uglova uključenja i

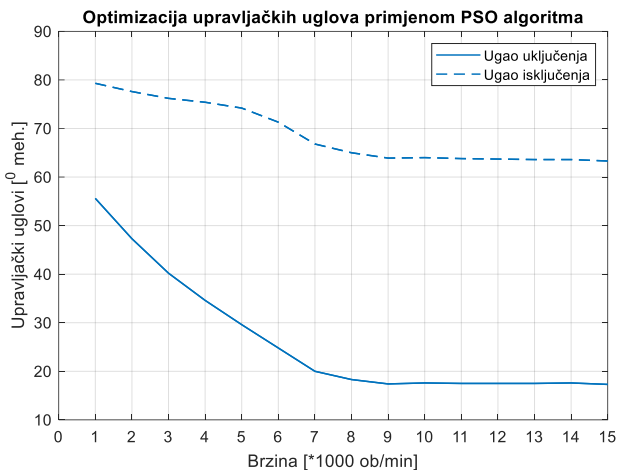
isključenja. Nakon toga, na slikama 5.3 i 5.4 prikazane su zavisnosti maksimalne snage motora i optimalnih upravljačkih uglova od brzine, pri čemu je optimizacija izvršena primjenom PSO algoritma. Rezultati optimizacije primjenom GWO algoritma prikazani su na slikama 5.5 i 5.6, pri čemu slika 5.5 odgovara grafičkom prikazu maksimalne snage u zavisnosti od brzine obrtanja, dok slika 5.6 odgovara grafičkoj zavisnosti optimalnih vrijednosti upravljačkih uglova od brzine. Odgovarajući grafici, dobijeni optimizacijom pomoću DE algoritma, prikazani su na slikama 5.7 i 5.8. Na kraju, radi poređenja, prikazani su i rezultati dobijeni primjenom prostog algoritma detaljne optimizacije – odgovarajući grafici dati su na slikama 5.9 i 5.10.

**Tabela 4.** Prikaz rezultata optimizacije

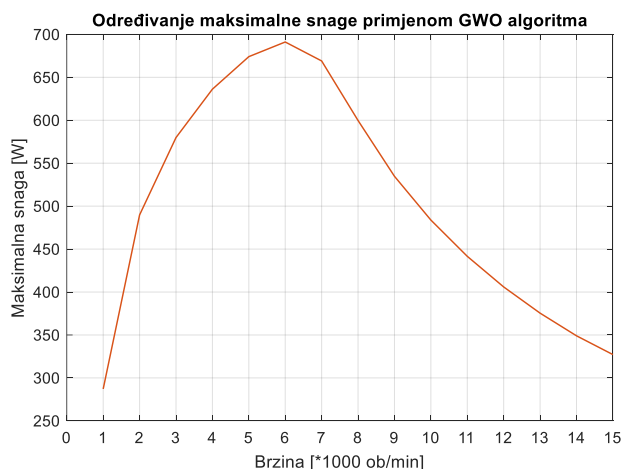
$n$ [ob/min]	PSO algoritam			GWO algoritam			DE algoritam			Detaljna optimizacija		
	$P$ [W]	$\theta_{on}$ [°meh]	$\theta_{off}$ [°meh]	$P$ [W]	$\theta_{on}$ [°meh]	$\theta_{off}$ [°meh]	$P$ [W]	$\theta_{on}$ [°meh]	$\theta_{off}$ [°meh]	$P$ [W]	$\theta_{on}$ [°meh]	$\theta_{off}$ [°meh]
1000	286,7	55,6	79,3	287,1	55,7	79,5	288,4	55,7	79,6	286,7	56	80
2000	489,7	47,3	77,6	489,7	47,3	77,6	492,1	47,2	77,3	488,4	47,6	79,4
3000	576,4	40,2	76,2	579,8	40,3	76,7	580,5	40,3	76,8	573,7	40,6	78,8
4000	636,2	34,6	75,4	636,2	34,6	75,4	636,2	34,6	75,4	627,2	34,3	73,2
5000	674	29,6	74,2	674	29,6	74,2	674	29,6	74,2	668,9	29,4	72,4
6000	691,7	24,8	71,3	691,1	24,9	71,6	693,4	24,8	71,5	684,8	25,2	72
7000	669,9	20	66,8	669	20,1	66,9	669,9	20	66,8	665,5	20,3	67
8000	599	18,3	65	599,7	17,8	64,5	599,7	17,7	64,4	599,6	17,5	64,2
9000	535,7	17,4	63,9	534,7	17,5	64	535,7	17,4	63,9	535,7	16,8	63,4
10000	483,8	17,6	64	483,8	17,7	64,1	483,8	17,6	64	483,2	18,2	64,6
11000	441,5	17,5	63,8	441,5	17,5	63,8	441,5	17,5	63,8	441,5	17,5	63,8
12000	405,9	17,5	63,8	405,9	17,5	63,7	405,9	17,5	63,7	405,2	16,8	63
13000	375,4	17,5	63,6	375,4	17,7	63,8	375,4	17,5	63,6	375,4	17,5	63,6
14000	349,7	17,6	63,6	349	17,7	63,7	349,7	17,6	63,6	348,6	18,2	64,2
15000	327,1	17,3	63,3	327,1	17,3	63,3	327,1	17,3	63,3	326,6	16,8	62,8



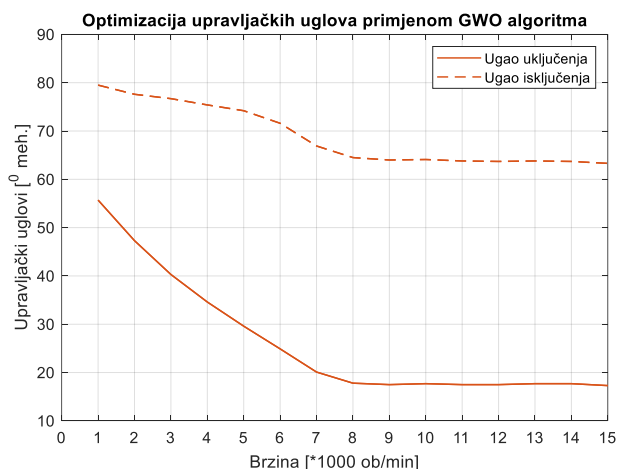
**Slika 5.3** Maksimalne snage u funkciji brzine obrtanja dobijene pomoću PSO algoritma



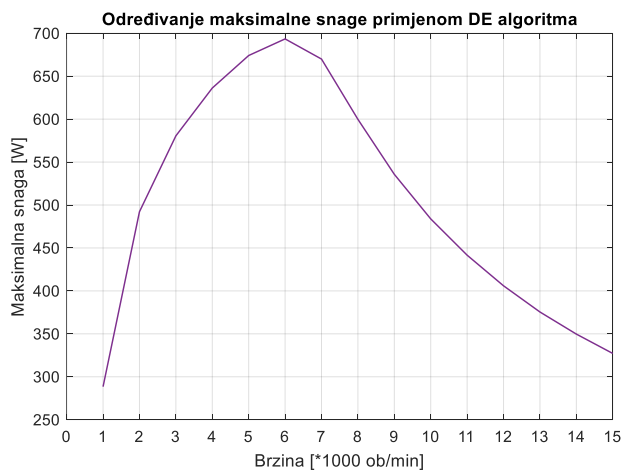
**Slika 5.4** Optimalni upravljački uglovi dobijeni pomoću PSO algoritma



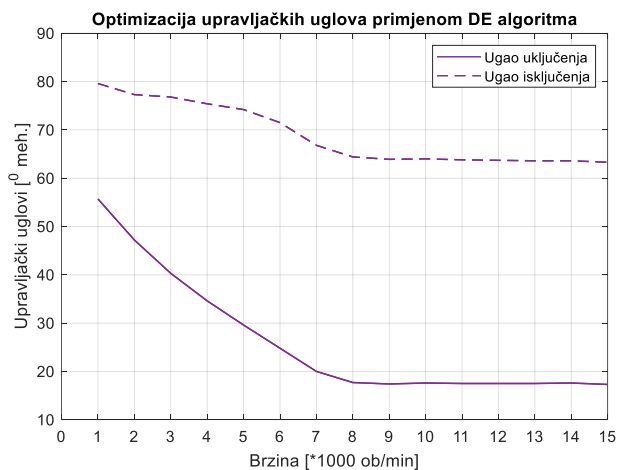
**Slika 5.5** Maksimalne snage u funkciji brzine obrtanja dobijene pomoću GWO algoritma



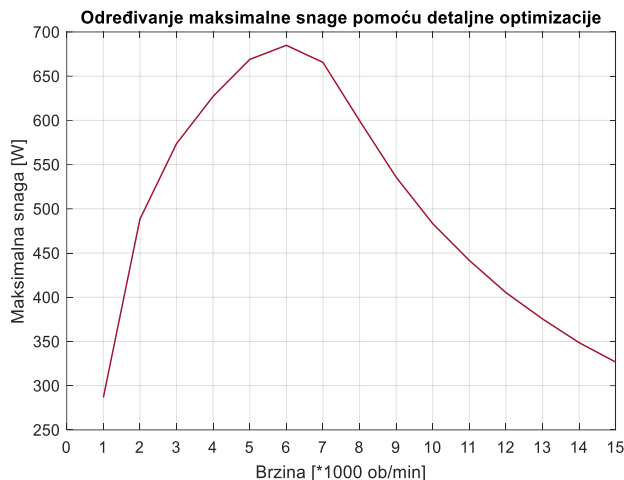
**Slika 5.6** Optimalni upravljački uglovi dobijeni pomoću GWO algoritma



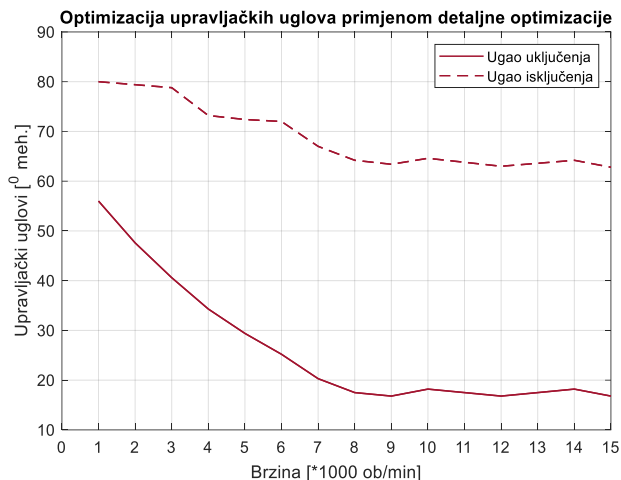
**Slika 5.7** Maksimalne snage u funkciji brzine obrtanja dobijene pomoću DE algoritma



**Slika 5.8** Optimalni upravljački uglovi dobijeni pomoću DE algoritma

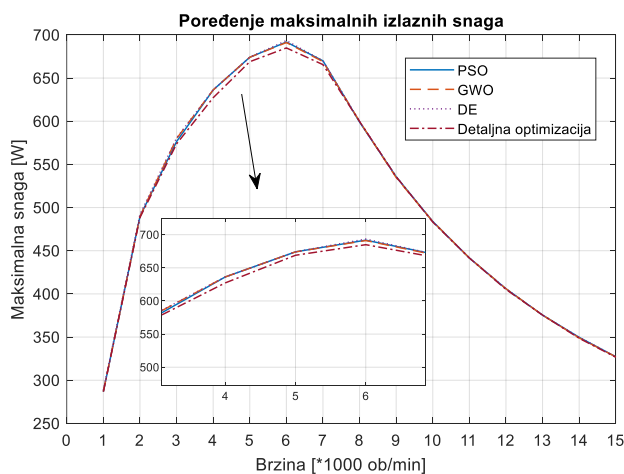


**Slika 5.9** Maksimalne snage u funkciji brzine obrtanja dobijene pomoću detaljne optimizacije

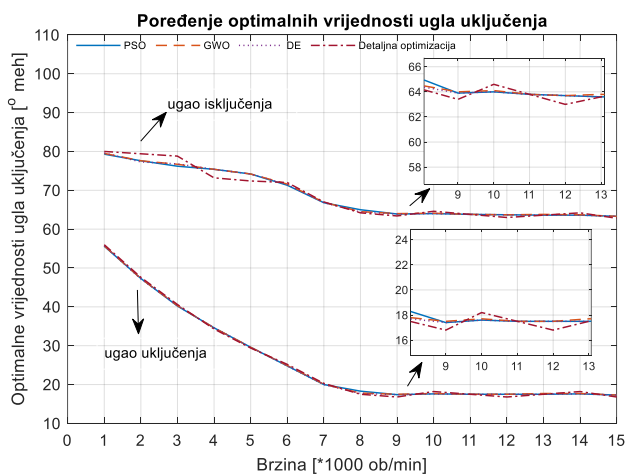


**Slika 5.10** Optimalni upravljački uglovi dobijeni pomoću detaljne optimizacije

U cilju kvalitativnog poređenja korišćenih algoritama s aspekta performansi, na istom grafiku su prikazane optimalne karakteristike dobijene pomoću sva 4 algoritma. U tom cilju, zavisnost maksimalne izlazne snage od brzine prikazane su na slici 5.11, dok su na slici 5.12 prikazane optimalne vrijednosti uglova uključenja i isključenja. Dodatno, u tabeli 5 upoređene su karakteristike algoritama sa aspekta vremena potrebnog za izvršavanje optimizacije za jednu brzinu.



**Slika 5.11** Poređenje maksimalnih snaga dobijenih pomoću sva 4 algoritma



**Slika 5.12** Poređenje optimalnih vrijednosti upravljačkih uglova dobijenih pomoću sva 4 algoritma

**Tabela 5.** Poređenje algoritama sa aspekta vremena izvršavanja

Algoritam	PSO	GWO	DE	Detaljna optimizacija
Vrijeme (s)	546	533	1616	2747

Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da se primjenom sva tri razmatrana metaheuristička algoritma dobija gotovo identična karakteristika snaga-brzina, dok se primjenom algoritma detaljne optimizacije dobija neznatno manja snaga. Takođe, vrijednosti optimalnih upravljačkih uglova utvrđenih pomoću detaljne optimizacije u manjoj mjeri odstupaju od optimalnih vrijednosti upravljačkih uglova kada se primijene metaheuristički algoritmi. Jedna od najvećih prednosti optimizacije primjenom metaheurističkih algoritama je brzina izvršavanja. Naime, na osnovu tabele 5 evidentno je da je vrijeme potrebno za izvršavanje optimizacije primjenom metaheurističkih algoritama značajno manje nego vrijeme potrebno za sprovođenje detaljnog ispitivanja svih mogućih kombinacija upravljačkih uglova.

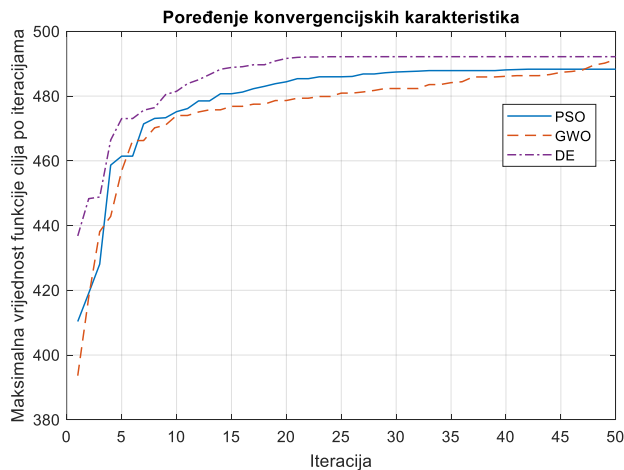
Iako se ispitivanje pomoću algoritma detaljne optimizacije vrši sa veoma malim korakom promjene upravljačkih uglova ( $\Delta\theta_{on}=0.7^\circ$  meh. i  $\Delta\theta_{off}=0.2^\circ$  meh.), ispostavlja se da je i ovakav način ispitivanja „grub“, jer je pokazano da metaheuristički algoritmi mogu pronaći vrijednosti upravljačkih uglova koji obezbjeđuju veću izlaznu snagu motora. Jedan od načina za poboljšanje algoritma detaljne optimizacije je smanjenje koraka promjene uglova  $\Delta\theta_{on}$  i  $\Delta\theta_{off}$ . Međutim, tada bi vrijeme potrebno za izvršavanje ovog algoritma, koji je inače znatno sporiji od metaheurističkih, postalo značajno veće. Dobijanje veće vrijednosti maksimalne izlazne snage, kao i veliko ubrzanje procesa optimizacije, dovoljni su pokazatelji da su metaheuristički algoritmi podesniji za primjenu u odnosu na algoritam detaljne optimizacije.

Na osnovu rezultata prikazanih u prethodnoj tabeli može se zaključiti da PSO i GWO algoritam imaju približno isto vrijeme izvršavanja, dok je DE algoritam znatno sporiji.

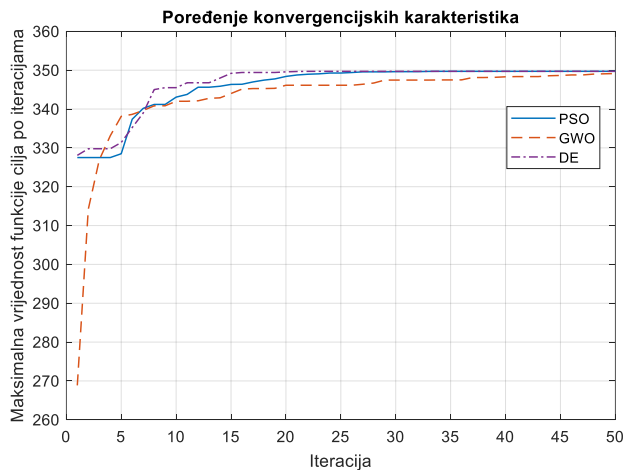
## 5.4 Poređenje konvergencijskih karakteristika

Međusobno poređenje korišćenih metaheurističkih algoritama moguće je izvršiti i posmatranjem njihovih konvergencijskih karakteristika. Konvergencijska karakteristika prikazuje vrijednosti maksimalne funkcije cilja nakon svake iteracije i daje informaciju o brzini konvergencije razmatranih algoritama. U tom cilju, na slici 5.13 prikazane su konvergencijske karakteristike sva tri algoritma kada se optimizacija vrši za brzinu motora od 2000 ob/min, dok su na slici 5.14 prikazane odgovarajuće konvergencijske karakteristike za brzinu od 14000 ob/min.





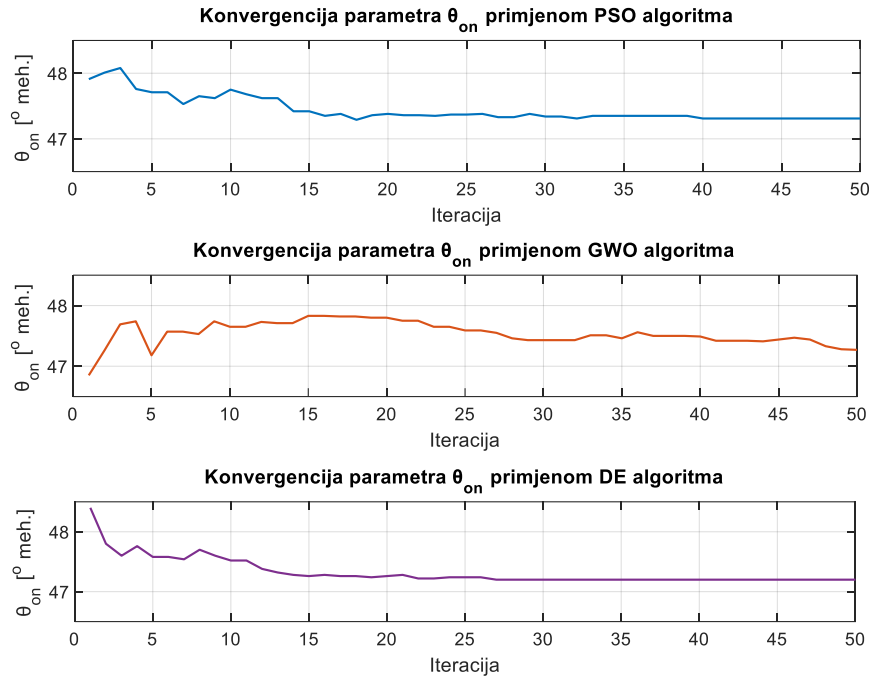
**Slika 5.13** Konvergencijske krive za brzinu 2000 ob/min



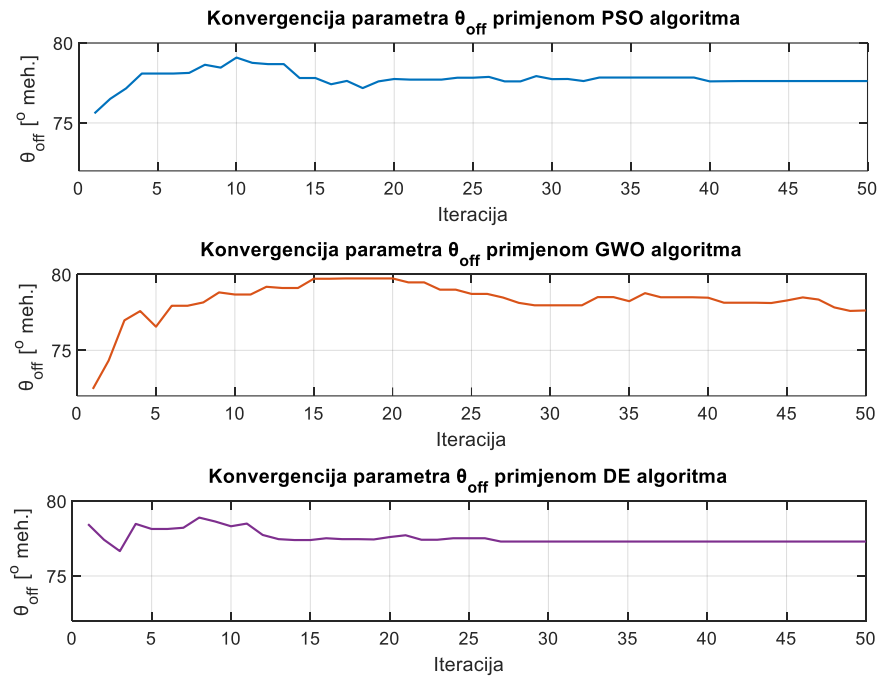
**Slika 5.14** Konvergencijske krive za brzinu 14000 ob/min

Na osnovu prikazanih konvergencijskih krivih može se zaključiti da DE algoritam najbrže konvergira ka optimalnom rješenju, i to nakon približno 20 iteracija kada se optimizacija vrši za brzinu od 2000 ob/min, odnosno nakon približno 15 iteracija za brzinu od 14000 ob/min. U ovom segmentu DE algoritam pokazuje superiornost u odnosu na PSO i GWO algoritam, dok je prema vremenu potrebnom za izvršavanje inferiorniji u odnosu na druga dva algoritma.

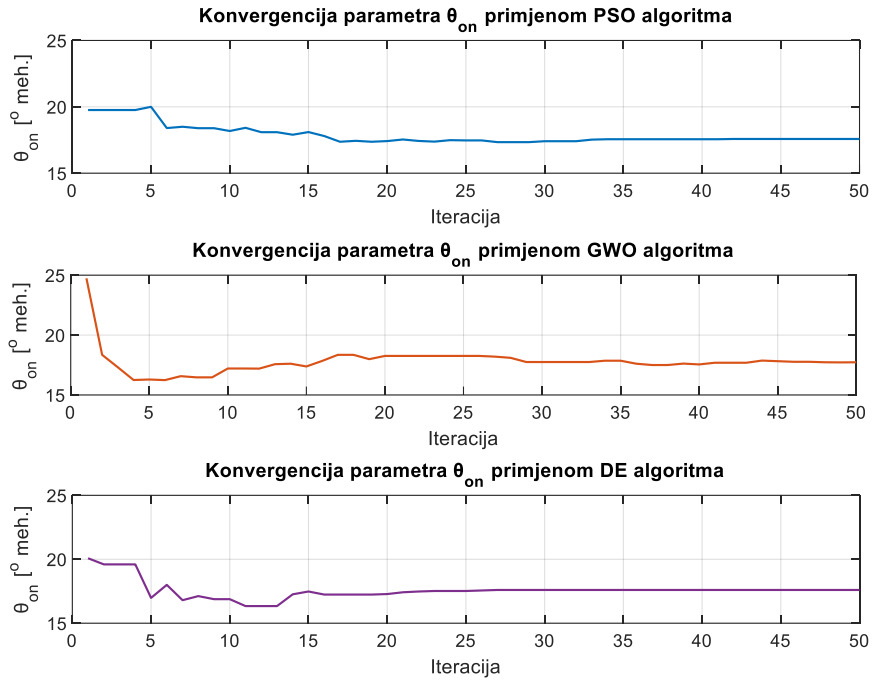
Osim konvergencijskih karakteristika, korisno je prikazati i konvergenciju parametara koji se optimizuju, odnosno upravljačkih uglova  $\theta_{on}$  i  $\theta_{off}$ , primjenom sva tri razmatrana metaheuristička algoritma. Konkretno, na slikama 5.15 i 5.16 prikazane su optimalne vrijednosti parametara  $\theta_{on}$  i  $\theta_{off}$  nakon svake iteracije kada se optimizacija vrši za brzinu od 2000 ob/min primjenom sva tri algoritma. Odgovarajuće krive, ali za optimizaciju kada je brzina obrtanja 14000 ob/min, prikazane su na slikama 5.17 i 5.18.



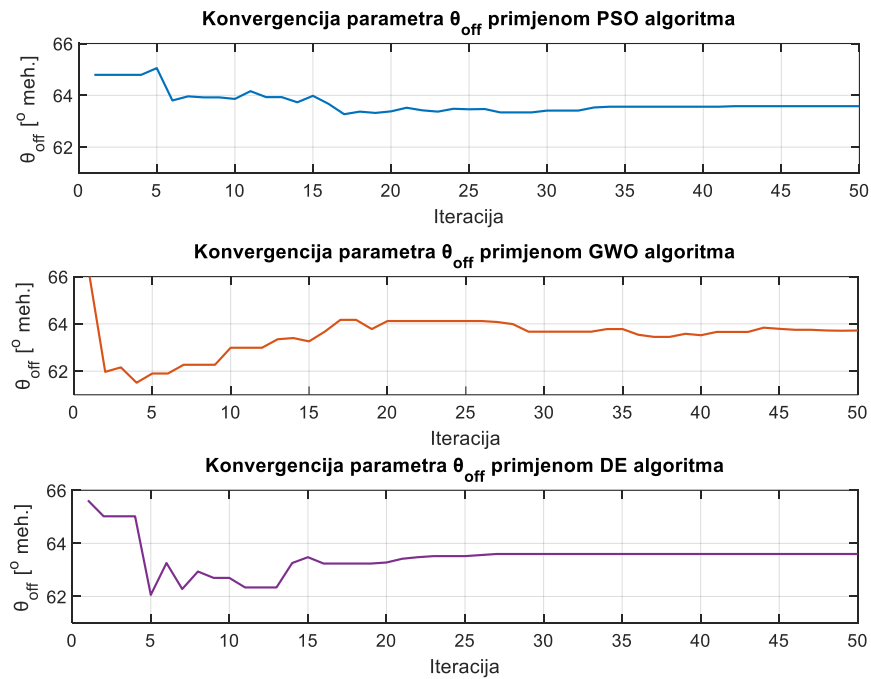
**Slika 5.15** Konvergencija parametra  $\theta_{on}$  za brzinu 2000 ob/min



**Slika 5.16** Konvergencija parametra  $\theta_{off}$  za brzinu 2000 ob/min

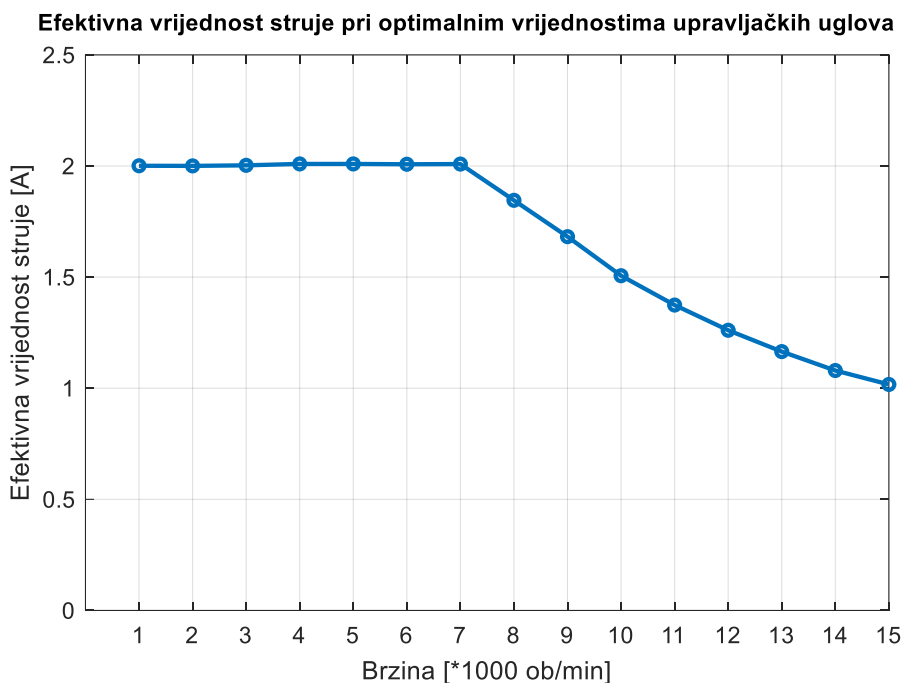


**Slika 5.17** Konvergencija parametra  $\theta_{on}$  za brzinu 14000 ob/min



**Slika 5.18** Konvergencija parametra  $\theta_{off}$  za brzinu 14000 ob/min

Optimizacija upravljačkih uglova motora je izvršena sa ciljem postizanja maksimalne izlazne snage, vodeći računa o zadatom ograničenju efektivne vrijednosti struje u faznim namotajima. Shodno tome, na slici 5.19 prikazane su efektivne vrijednosti struje faze motora pri optimalnim vrijednostima upravljačkih uglova za različite brzine. S obzirom na to da je već ustanovljeno da razmatrani metaheuristički algoritmi daju približno iste vrijednosti optimalnih upravljačkih uglova, za računanje efektivne vrijednosti struje korišćene su vrijednosti dobijene pomoću PSO algoritma.



**Slika 5.19** Efektivna vrijednost struje pri optimalnim vrijednostima upravljačkih uglova

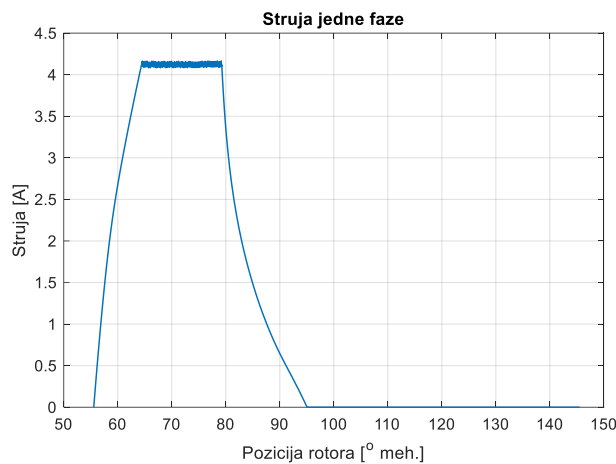
## 5.5 Prikaz karakterističnih talasnih oblika struje i momenta motora

Kao što je ranije rečeno, mehanička karakteristika PRM-a ima tri regiona brzine. Talasni oblik struje značajno varira, zavisno o kojem se regionu radi.

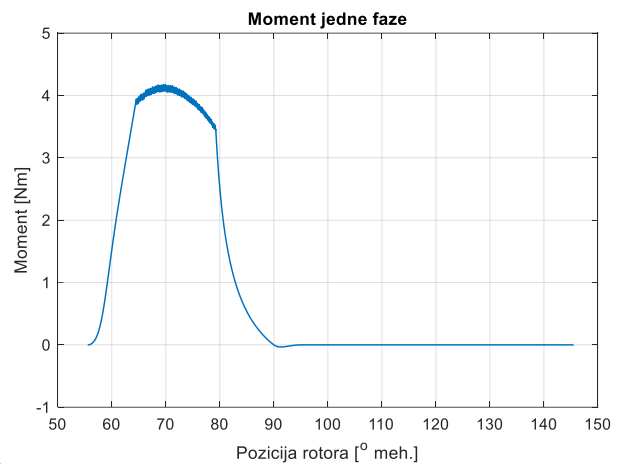
- Naime, za region konstantnog momenta je karakteristično da je kontraelektromotorna sila manja od napona, pa je neophodno primijenjivati strujni regulator u cilju ograničavanja struje.
- U regionu konstantne snage, kontraelektromotorna sila je veća od napona napajanja u intervalu pozicije na kom se preklapaju polovi i induktivnost raste. Drugim riječima, struja raste samo dok ne počne preklapanje polova (u intervalu  $\theta_{on} \leq \theta \leq \theta_{bo}$ ), pa stoga nije potrebno koristiti strujni regulator. Maksimalna vrijednost struje ograničava se izborom ugla uključenja  $\theta_{on}$ .

- Konačno, u trećem regionu rada, ugao uključjenja nije moguće mijenjati jer je on već dostigao svoju minimalnu vrijednost. To znači da je interval u kojem struja raste, odnosno ugao magnetizacije (interval od  $\theta_{on}$  do  $\theta_{bo}$ ), konstantan. Povećanjem brzine, vrijeme koje odgovara fiksnom uglu magnetizacije se značajno smanjuje, pa se time maksimalna i efektivna vrijednost struje takođe smanjuju.

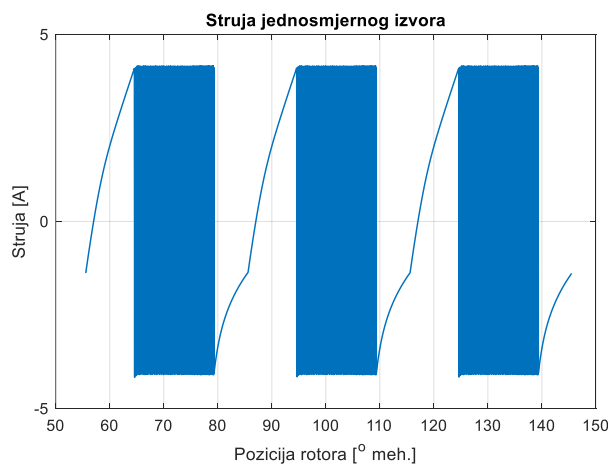
Na narednim slikama su prikazani talasni oblici struje i momenta dobijeni simulacijama (korišćenjem optimizovanog modela i optimalnih upravljačkih uglova), za sva tri regiona rada PRM-a. Najprije su na slikama 5.20, 5.21, 5.22 i 5.23 prikazani talasni oblici struje faze, momenta faze, struje jednosmjernog izvora (na slici 2.3 označena kao  $I_{dc}$ ) i ukupnog momenta, respektivno, pri brzini obrtanja od 1000 ob/min, koja odgovara regionu konstantnog momenta. Odgovarajući talasni oblici, ali pri brzini od 2000 ob/min prikazani su na slikama 5.24, 5.25, 5.26 i 5.27. Prikazani talasni oblici odgovaraju regionu konstantne snage. Konačno, za region konstantnog proizvoda snage i brzine, talasni oblici struje faze, momenta faze, struje jednosmjernog izvora i ukupnog momenta, za brzinu od 14000 ob/min prikazani su na slikama 5.28, 5.29, 5.30 i 5.31.



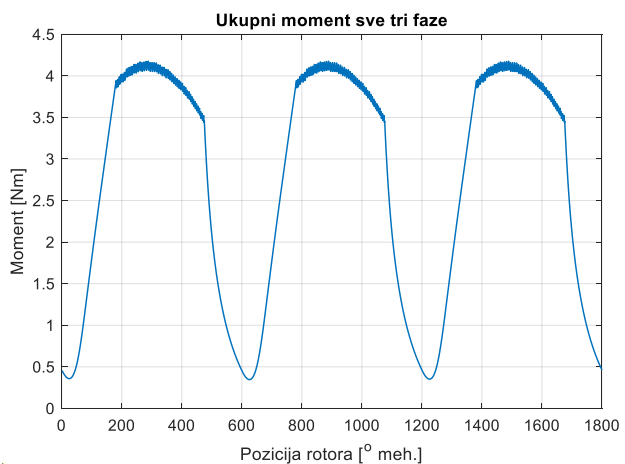
**Slika 5.20** Talasni oblik struje faze za brzinu 1000 ob/min



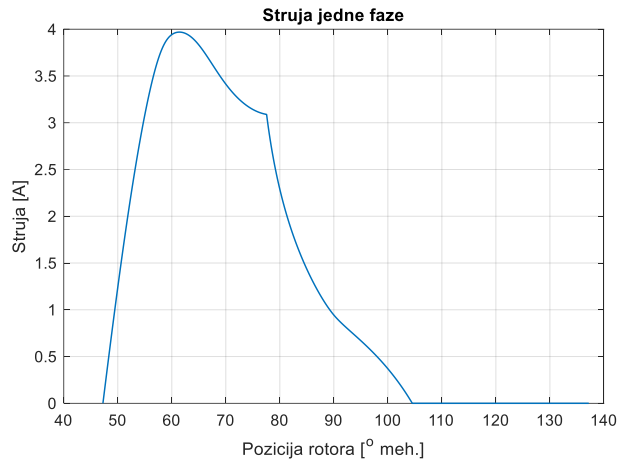
**Slika 5.21** Talasni oblik momenta faze za brzinu 1000 ob/min



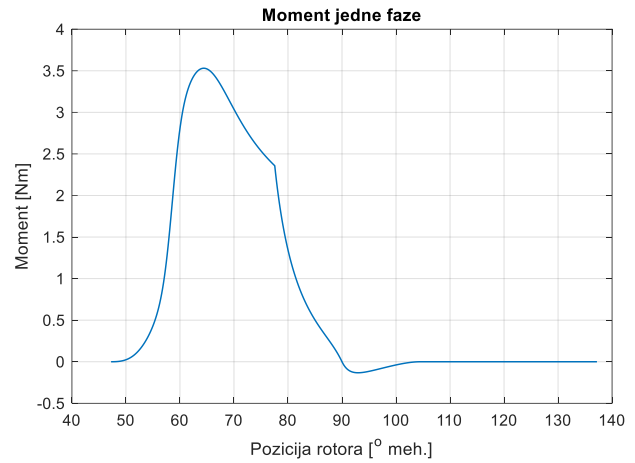
**Slika 5.22** Talasni oblik struje jednosmjernog izvora za brzinu 1000 ob/min



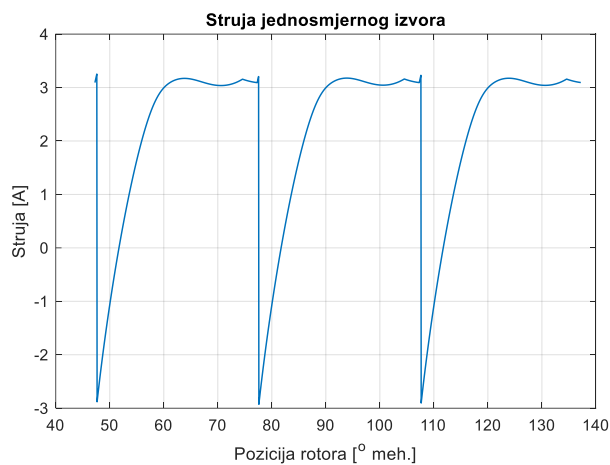
**Slika 5.23** Talasni oblik ukupnog momenta za brzinu 1000 ob/min



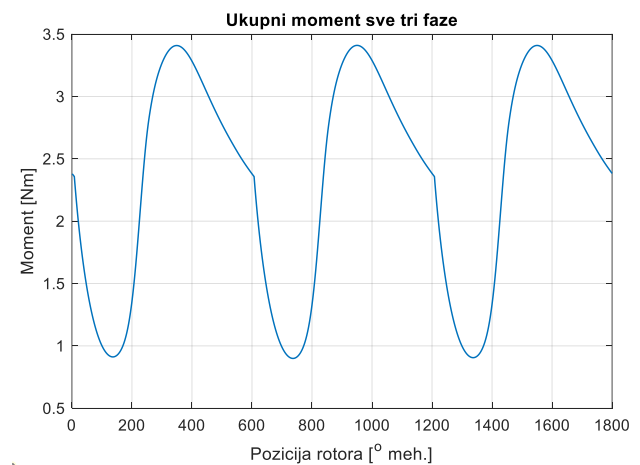
**Slika 5.24** Talasni oblik struje faze za brzinu 2000 ob/min



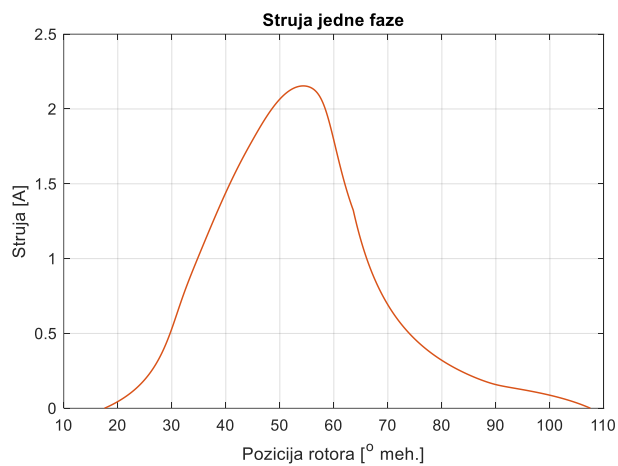
**Slika 5.25** Talasni oblik momenta faze za brzinu 2000 ob/min



**Slika 5.26** Talasni oblik struje jednosmjernog izvora za brzinu 2000 ob/min



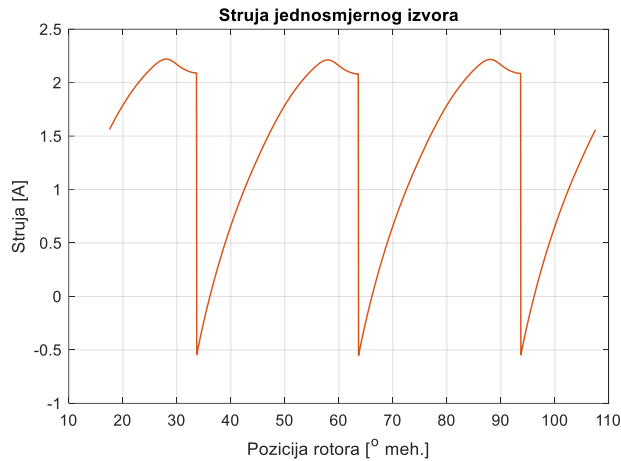
**Slika 5.27** Talasni oblik ukupnog momenta za brzinu 2000 ob/min



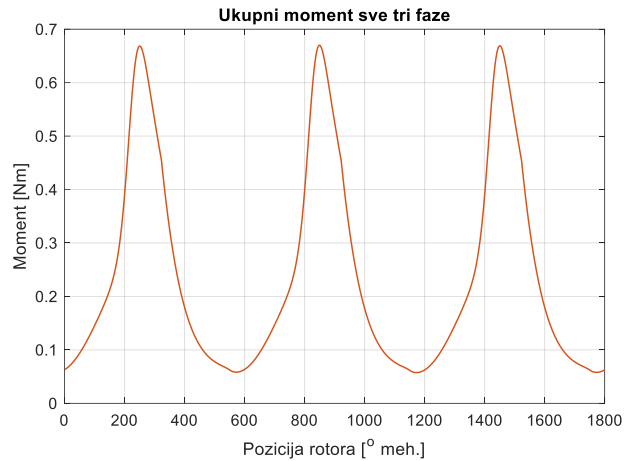
**Slika 5.28** Talasni oblik struje faze za brzinu 14000 ob/min



**Slika 5.29** Talasni oblik momenta faze za brzinu 14000 ob/min



**Slika 5.30** Talasni oblik struje jednosmjernog izvora za brzinu 14000 ob/min



**Slika 5.31** Talasni oblik ukupnog momenta za brzinu 14000 ob/min

Simulacioni rezultati prikazani na prethodnim graficima potvrđuju teorijska razmatranja vezana za talasni oblik struje kada PRM radi u različitim regionima. Naime, sa slike 5.20 koja odgovara regionu konstantnog momenta, jasno se uočava da struja brzo dostiže referentnu vrijednost (4.15A), pa je neophodno koristiti strujni regulator. U ovom slučaju se koristi histerzisni regulator ( $\Delta i=0.0001$ ). Kada motor radi u regionu konstantne snage, struja raste do vrijednost od približno 4A (slika 5.24), što je manje od referentne vrijednosti, pa se stoga ne koristi regulator. Za region veoma velikih brzina pokazuje se da struja dostiže vrijednost neznatno veću od 2A (slika 5.28), što je značajno manje od referentne vrijednosti. Kao što je ranije rečeno, pri velikim brzinama vremenski interval u kojem struja raste je veoma kratak, pa stoga struja ne može dostići veliku vrijednost.

## ZAKLJUČAK

U ovom magistarskom radu analizirana je primjena savremenih metoda optimizacije, koje su bazirane na metaheurističkim algoritmima, u cilju optimizacije matematičkog modela prekidačkog reluktantnog motora i upravljačkih uglova motora.

Prva cjelina ovog magistarskog rada posvećena je problemu određivanja optimalnih vrijednosti parametara modela PRM-a. Nakon pregleda matematičkih modela koji su najčešće korišćeni u literaturi, detaljno je analiziran jedinstveni matematički model motora koji obezbjeđuje veoma pouzdane simulacione rezultate i koji je korišćen u ovom radu. Konkretno, u radu je detaljno opisan predloženi postupak optimizacije parametara modela PRM-a primjenom tri često korišćena metaheuristička algoritma: PSO, GWO i DE. Pokazano je da se optimizacijom može obezbijediti povećanje stepena tačnosti modela, što je dokazano upoređivanjem simulacionih i eksperimentalno utvrđenih karakteristika motora. Kako bi se ocijenio stepen tačnosti i ukazalo na povećanje tačnosti modela, uvedeni su i određeni kvantitativni pokazatelji: suma kvadrata greške (pri čemu je greška ustvari odstupanje simulacionih rezultata od eksperimentalnih), suma apsolutnih vrijednosti greške, srednja vrijednost apsolutne greške i srednja kvadratna greška (standardna devijacija).

Druga cjelina rada posvećena je problemu optimalnog upravljanja motorom, odnosno određivanju vrijednosti upravljačkih uglova kako bi se postigle što bolje performanse motora. U ovom radu opisan je postupak i demonstrirana uspješna primjena metaheurističkih algoritama u cilju optimizacije upravljačkih uglova, pri čemu je kriterijumska funkcija postizanje maksimalne izlazne snage motora. Rezultati ostvareni primjenom metaheurističkih algoritama su poređeni sa algoritmom koji je nazvan „detaljna optimizacija“ i koji podrazumijeva ispitivanje svih kombinacija upravljačkih uglova. Pokazano je da se primjenom metaheurističkih algoritama obezbjeđuje ista, čak i nešto veća snaga, a da se značajno skraćuje postupak optimizacije u poređenju sa algoritmom detaljne optimizacije. Generalni zaključak je da se sva tri razmatrana metaheuristička algoritma uspješno mogu primijeniti za rješavanje oba opisana optimizaciona problema vezana za PRM. Takođe, sa aspekta međusobnog poređenja, PSO i DE algoritam značajno brže konvergiraju od GWO algoritma, dok je sa aspekta vremena izvršavanja DE algoritam znatno sporiji od ostala dva.

Dobijeni rezultati primjenu mogu naći u fazi projektovanja pogona sa prekidačkim reluktantnim motorom, kada je neophodno odrediti geometrijske karakteristike samog motora koje obezbjeđuju željenu karakteristiku momenta. Takođe, optimizacija upravljačkih uglova može biti korisna u fazi implementacije upravljačkog algoritma motora. Konkretno, primjena metaheurističkih algoritama vodi ka pojednostavljenju implementacije upravljačkog algoritma, jer je potrebno značajno manje vremena za utvrđivanje zavisnosti optimalnih vrijednosti upravljačkih uglova od brzine.

Buduća istraživanja vezana za ovu problematiku moguće je bazirati na nekom drugom matematičkom modelu motora. Umjesto korišćenja statičkih moment-pozicija karakteristika, za ocjenu stepena tačnosti modela mogle bi se upotrijebiti izmjerene fluks-struja karakteristike



motora. Dodatno, korisno bi bilo razmotriti primjenu nekog od brojnih drugih metaheurističkih algoritama, u cilju eventualnog poboljšanja rezultata u odnosu na rezultate dobijene u ovom radu. Pored postizanja maksimalne izlazne snage motora, prilikom optimizacije upravljačkih uglova trebalo bi uzeti u obzir i minimizaciju pulsacija momenta, čime se dodatno poboljšavaju performanse motora. Jedno od mogućnosti nadovezivanja na istraživanje sprovedeno u ovom radu je poređenje rezultata dobijenih optimizacijom (parametara modela, kao i upravljačkih uglova) korišćenjem više različitih modela motora.

## LITERATURA

- [1] T.J.E. Miller, “*Switched Reluctance Motors and Their Control*,” first ed., Magna Physics and Clarendon, Oxford, New York, 1993.
- [2] T.J.E. Miller, “*Electronic control of switched reluctance machines*,” Newness, UK, 2001.
- [3] V.P. Vujičić, “*Proširenje eksploatacione karakteristike pogona sa prekidačkim reluktantnim motorom primjenom nesimetrične konfiguracije motora i pogonskog pretvarača*”, Doktorska disertacija, Beograd, maj 2000. godine
- [4] M. Čalasan, “*Upravljanje prekidačkim reluktantnim generatorom i topologije energetskog pretvarača za rad u kontinualnom režimu*”, Doktorska disertacija, Podgorica, jun 2017. godine
- [5] B. Parreira, et. all., “Obtaining the magnetic characteristics of an 8/6 switched reluctance machine: from FEM analysis to the experimental tests,” *IEEE Trans. Ind. Electr.*, Vol. 52, Issue 6, pp. 1635 – 1643, Dec. 2005.
- [6] M. Ilić-Spong, et. al., “Feedback Linearizing Control of Switched Reluctance Motors,” *IEEE Trans Automatic Control*, Vol. AC-32, No. 5, pp. 371-379, May 1987.
- [7] D.A. Torrey, J. H. Lang, “Modeling a nonlinear variable-reluctance motor drive,” *IEE Proceedings*, pt. B, Vol. 137, No. 5, pp. 314–326, Sept. 1990.
- [8] W.M. Chan, W.F. Weldon, “*Development of a Simple Nonlinear Switched Reluctance Motor Model using Measured Flux Linkage Data and Curve Fit*,” IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, New Orleans, Louisiana, 5-9. October, 1997. DOI: 10.1109/IAS.1997.643044
- [9] A.V. Radun, “Design considerations for the switched reluctance motor,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 31, No. 5, pp. 1079–1087, Sept./Oct. 1995.
- [10] T.J.E. Miller, M. McGilp, “Nonlinear theory of the switched reluctance motor for rapid computer-aided design,” *IEE Proceedings*, Vol. 137, Pt. B, No. 6, pp. 337-347, Nov. 1990.
- [11] V.P. Vujičić, S.N. Vukosavić, “A Simple Nonlinear Model of the Switched Reluctance Motor,” *IEEE Trans. Energy Conv.*, Vol. 15, No. 4, pp. 395-400, Dec. 2000.
- [12] V.P. Vujičić, “Modeling of a Switched Reluctance Machine Based on the Invertible Torque Function,” *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 44, No. 9, pp. 2186-2194, Sept. 2008.
- [13] Y. del Valle, G. K. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J.-C. Hernandez, and R. G. Harley, “Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems,” *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 12, no. 2, pp. 171–195, 2008.
- [14] C. H. Yang, C. J. Hsiao, and L. Y. Chuang, “Linearly decreasing weight particle swarm optimization with accelerated strategy for data clustering,” *IAENG Int. J. Comput. Sci.*, vol. 37, no. 3, 2010.

- [15] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Lewis, "Grey Wolf Optimizer," *Adv. Eng. Softw.*, vol. 69, pp. 46–61, 2014, doi: 10.1016/j.advengsoft.2013.12.007.
- [16] Q. Tu, X. Chen, and X. Liu, "Hierarchy Strengthened Grey Wolf Optimizer for Numerical Optimization and Feature Selection," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 78012–78028, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2921793.
- [17] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Coloni, "Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part B Cybern.*, vol. 26, no. 1, pp. 29–41, 1996, doi: 10.1109/3477.484436.
- [18] B. Wang, "A novel artificial bee colony algorithm based on modified search strategy and generalized opposition-based learning," *J. Intell. Fuzzy Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 1023–1037, 2015, doi: 10.3233/IFS-141386.
- [19] P. W. Tsai and V. Istanda, "Review on cat swarm optimization algorithms," *2013 3rd Int. Conf. Consum. Electron. Commun. Networks, CECNet 2013 - Proc.*, pp. 564–567, 2013, doi: 10.1109/CECNet.2013.6703394.
- [20] X. Yang, S. Deb, and A. C. B. Behaviour, "Cuckoo Search via Levy Flights," *Ieee*, pp. 210–214, 2009.
- [21] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002, doi: 10.1109/4235.996017.
- [22] S. Das and P. N. Suganthan, "Differential evolution: A survey of the state-of-the-art," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 15, no. 1, pp. 4–31, 2011, doi: 10.1109/TEVC.2010.2059031.
- [23] R. Thangaraj, T. R. Chelliah, P. Bouvry, M. Pant, and A. Abraham, "Optimal design of induction motor for a spinning machine using population based metaheuristics," *2010 Int. Conf. Comput. Inf. Syst. Ind. Manag. Appl. CISIM 2010*, vol. 2, no. 7, pp. 341–346, 2010, doi: 10.1109/CISIM.2010.5643638.
- [24] S. Selvi and S. Gopinath, "Vector control of induction motor drive using optimized GA technique," *Proc. 2015 IEEE 9th Int. Conf. Intell. Syst. Control. ISCO 2015*, 2015, doi: 10.1109/ISCO.2015.7282278.
- [25] N. Salvatore, A. Caponio, F. Neri, S. Stasi, and G. L. Cascella, "Optimization of delayed-state kalman-filter-based algorithm via differential evolution for sensorless control of induction motors," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 1, pp. 385–394, 2010, doi: 10.1109/TIE.2009.2033489.
- [26] T. C. Bora, L. D. S. Coelho, and L. Lebensztajn, "Bat-inspired optimization approach for the brushless DC wheel motor problem," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 2, pp. 947–950, 2012, doi: 10.1109/TMAG.2011.2176108.

- [27] D. Puangdownreong, S. Hlungnamtip, C. Thammarat, and A. Nawikavatan, "Application of flower pollination algorithm to parameter identification of DC motor model," *2017 Int. Electr. Eng. Congr. iEECON 2017*, no. March, pp. 8–10, 2017, doi: 10.1109/IEECON.2017.8075889.
- [28] K. R. Das, D. Das, and J. Das, "Optimal tuning of PID controller using GWO algorithm for speed control in DC motor," *Int. Conf. Soft Comput. Tech. Implementations, ICSTI 2015*, pp. 108–112, 2016, doi: 10.1109/ICSTI.2015.7489575.
- [29] J. Agarwal, G. Parmar, and R. Gupta, "Comparative Analysis of PID Controller for Speed Control of DC motor with Intelligent Optimization Algorithms," *Proc. - IEEE 2018 Int. Conf. Adv. Comput. Commun. Control Networking, ICACCCN 2018*, pp. 273–277, 2018, doi: 10.1109/ICACCCN.2018.8748475.
- [30] A. Balamurali, A. Mollaeian, S. M. Sangdehi, and N. C. Kar, "Parameter identification of permanent magnet synchronous machine based on metaheuristic optimization," *Proc. - 2015 IEEE Int. Electr. Mach. Drives Conf. IEMDC 2015*, pp. 1729–1734, 2016, doi: 10.1109/IEMDC.2015.7409297.
- [31] B. Vidyasagar and S. S. T. Ram, "Condition monitoring analysis of synchronous generator based on an adaptive technique," *Proc. Int. Conf. Inven. Syst. Control. ICISC 2017*, pp. 1–12, 2017, doi: 10.1109/ICISC.2017.8068665.
- [32] N. Nahas, M. Abouheaf, A. Sharaf, and W. Gueaieb, "A Self-Adjusting Adaptive AVR-LFC Scheme for Synchronous Generators," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 34, no. 6, pp. 5073–5075, 2019, doi: 10.1109/TPWRS.2019.2920782.
- [33] M. V. Zaharia, A. A. Laczko, A. A. Pop, M. M. Radulescu, and F. Gillon, "Optimal commutation angles of a switched reluctance motor/generator," *2015 10th Int. Conf. Ecol. Veh. Renew. Energies, EVER 2015*, 2015.
- [34] X. Zan, Y. Huo, and J. Gu, "Optimization research of turn-on angle and turn-off angle based on switched reluctance starter/generator system," *Can. Conf. Electr. Comput. Eng.*, vol. 2015–June, no. June, pp. 864–869, 2015.
- [35] A. Anuchin, M. Lashkevich, D. Aliamkin, and F. Briz, "Achieving maximum torque for switched reluctance motor drive over its entire speed range," *19th Int. Symp. Power Electron. Ee 2017*, 2017.
- [36] Y. Z. Xu, R. Zhong, L. Chen, and S. L. Lu, "Analytical method to optimise turn-on angle and turn-off angle for switched reluctance motor drives," *IET Electr. Power Appl.*, vol. 6, no. 9, pp. 593–603, 2012.
- [37] E. F. I. Raj, "Neural Network Based Control for Switched Reluctance Motor Drive," *IEEE International Conference on Emerging Trends in Computing, Communication and Nanotechnology*, 2013.

- [38] B. Anvari, M. Kaya, S. Englebretson, S. Hajimirza, and H. A. Toliyat, "Surrogate-Based Optimization of Firing Angles for Switched Reluctance Motor," *2018 IEEE Transp. Electr. Conf. Expo, ITEC 2018*, no. 1, pp. 359–365, 2018.
- [39] H. M. Cheshmehbeigi, S. Yari, a R. Yari, and E. Afjei, "Self-Tuning Approach to Optimization of Excitation Angles for Switched- Reluctance Motor Drives Using Fuzzy Adaptive Controller," *2009 13th Eur. Conf. Power Electron. Appl.*, pp. 1–10, 2009.
- [40] L. Griffin, F. Fleming, and C. S. Edrington, "A Particle Swarm Optimization Based Maximum Torque per Ampere Control for a Switched Reluctance Motor," *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2014.
- [41] H. Yahia, N. Liouane, and R. Dhifaoui, "Multi-Objective differential evolution-based performance optimization for switched reluctance motor drives," *Turkish J. Electr. Eng. Comput. Sci.*, vol. 21, no. 4, pp. 1061–1076, 2013.
- [42] M. Debouza, A. Al-Durra, H. M. Hasanien, S. Leng, and W. Taha, "Optimization of switched reluctance motor drive firing angles using grey Wolf optimizer for torque ripples minimization," *Proc. IECON 2018 - 44th Annu. Conf. IEEE Ind. Electron. Soc.*, vol. 1, pp. 619–624, 2018.
- [43] J. W. Jiang, B. Bilgin, B. Howey, and A. Emadi, "Design optimization of switched reluctance machine using genetic algorithm," *Proc. - 2015 IEEE Int. Electr. Mach. Drives Conf. IEMDC 2015*, pp. 1671–1677, 2016.
- [44] B. Mirzaeian-Dehkordi and P. Moallem, "Genetic algorithm based optimal design of switching circuit parameters for a switched reluctance motor drive," *2006 Int. Conf. Power Electron. Drives Energy Syst. PEDES '06*, vol. 1, no. 2, 2006.
- [45] A. Savić, D. Šošić, G. Dobrić, M. Žarković, „*Metode optimizacije: primena u elektroenergetici*,“ Akademska misao, Beograd, 2018.
- [46] E. G. Talbi, „*Metaheuristics: from design to implementation*,“ Wiley, New Jersey, 2009.
- [47] Mihailo Micev, Vladan Vujičić, "Estimacija parametara nelinearnog modela prekidačkog reluktantnog motora pomoću metaheurističkih algoritama," VI Savjetovanje Crnogorskog komiteta CIGRE, 17.05.2019.
- [48] Mihailo Micev, Vladan Vujičić, Martin Čalasan, "Primjena metaheurističkih algoritama u optimizaciji uglova uključenja i isključenja prekidačkog reluktantnog motora," VI Savjetovanje Crnogorskog komiteta CIGRE, 17.05.2019.